

УДК 538.9

Д. Н. Мигранова¹, Д. В. Кондратьев², Н. Г. Мигранов¹

**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ НАНОМАТЕРИАЛОВ
НА ОСНОВЕ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ
ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ**

¹Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы
ул. Октябрьской революции, 3а, 450000 Уфа, Россия

²Академия наук Республики Башкортостан, ул. Кирова, 15, 450008 Уфа, Россия
E-mail: denis.kondratyev@bk.ru

Рассматривается поведение тонкого слоя образца смектического ЖК SmC^* в геометрии «bookshelf» во внешнем постоянном электрическом поле, прикладываемом под разными углами к смектическим слоям образца. Рассмотрены устойчивые состояния мезофазы и получены решения для периодических по у границах условий. Полосчатые структуры в задаче Дирихле позволили получить новые устойчивые состояния смектического ЖК и обнаружить области соизмеримых и несоизмеримых фаз, когда на нижней и верхней границах задаются различные периоды страйп-структур.

Ключевые слова: сегнетоэлектрический жидкий кристалл, соизмеримость, несоизмеримость, периодические структуры.

DOI: 10.18083/LCAppl.2015.3.125

D. N. Migranova¹, D. V. Kondratyev², N. G. Migranov¹

**INVESTIGATION OF EQUILIBRIUM STATES STABILITY OF NANOMATERIALS ON THE
BASIS OF FERROELECTRIC LIQUID CRYSTALS IN THE EXTERNAL ELECTRIC FIELD**

¹M. Akmullah Bashkir State Pedagogical University,
Oktyabrskoy Revolutsii Str., 3a, 450000 Ufa, Russia

²Academy of Sciences of Republic Bashkortostan,
Kirova Str., 15, 450008 Ufa, Russia. E-mail: denis.kondratyev@bk.ru

The behaviour of the smectic (surface stabilized ferroelectric liquid crystals – SSFLC) SmC^ slab geometry «bookshelf» in an external DC electric field at the various angles to the smectic layers is considered. The stable states under applied field and the solutions for periodic boundary conditions were under our consideration. New stable states were obtained in the Dirichlet problem with periodic stripe-structures on the substrates. Commensurate and incommensurate domains were obtained for various wave numbers of periodic structures located on the top and bottom plates constraining SSFLC.*

Key words: ferroelectric liquid crystal, commensurable, incommensurable, periodic structures.

Введение

Сегнетоэлектрическое жидкокристаллическое материаловедение переживает в последние годы настоящий расцвет. Несмотря на сложную структуру молекул, обладающих спиральностью и поперечным дипольным моментом, своеобразная молекулярная инженерия позволяет обеспечить необходимое значение дипольного момента и локализацию так называемого «спирального» центра, благодаря чему отсутствуют плоскости симметрии, проходящие через ось молекулы. В последнее время на этом пути достигнуты большие успехи: количество новых жидкокристаллических сегнетоэлектриков быстро растет, их спонтанная поляризация приближается по величине к спонтанной поляризации кристаллических сегнетоэлектриков. Реализованы фазы, в которых дипольные моменты молекул в слоях чередуются так, что формируется своеобразная «антисегнетоэлектрическая» конфигурация молекул с дипольными моментами в соседних слоях, ориентированными в противоположных направлениях.

Теоретическое описание явлений и фазовых переходов в сегнетоэлектрических жидкокристаллах (ЖК) является задачей достаточно сложной; тем не менее эмпирические закономерности, устанавливаемые физиками и химиками в рядах родственных соединений, позволяют быстро развиваться этому направлению сегнетоэлектрического материаловедения, обещая создание весьма перспективных материалов – элементов оптических компьютеров, эффективно изменяющих свои оптические характеристики под действием малых электрических и магнитных полей.

Интерес, проявляемый учеными в направлении теоретического описания и исследования фазовых переходов в жидкокристаллах, подтверждается многочисленными публикациями. В работе [1] рассматривался нематический жидкий кристалл для геометрии полубесконечной области, где граничные условия задавались в виде страйп-структур – чередующихся периодических областей на подложке с планарными и гомеотропными распределениями молекул на границе. Авторы указанной работы рассмотрели азимутальную энергию сцепления молекул нематика и рассчитал ее критическое значение в зависимости от ширины и периода

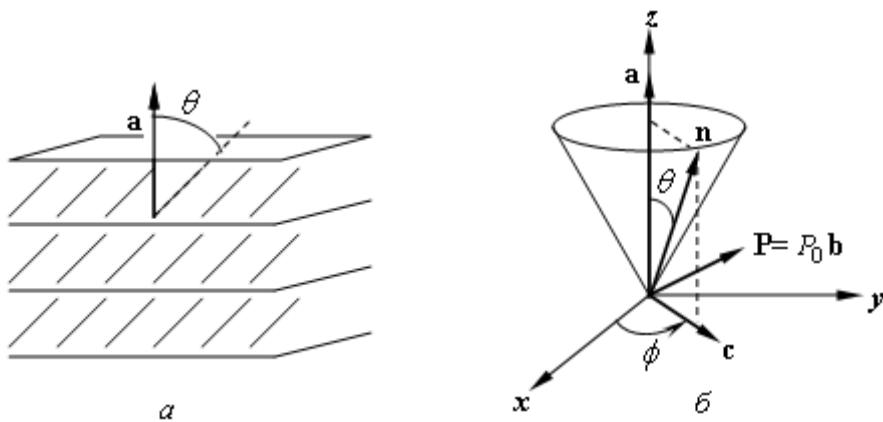
полосчатых структур. В [2, 3] была развита теория Атертона [1] устойчивости возникающих структур в поле искажений директора, в задаче полуограниченной области со структурированной подложкой. В работе рассмотрены два варианта граничных условий на стеклянной подложке. Выполнен расчет энергии в объеме образца нематика с учетом полосчатых структур. Рассмотрено влияние ширины и количества полос на структурообразование в объеме нематика, связанное с энергией искажений Франка внутри НЖК: при достаточно большом количестве полос происходит перенасыщение и начальное распределение директора на подложке, ограничивающей НЖК, уже не влияет на его распределение внутри объема. Вычисления выполнены для сильного и слабого сцеплений. В этих работах рассматривался нематический жидкий кристалл с изначально планарным распределением молекул в объеме образца.

В работе Казначеева А. В. [4], относящейся к сегнетоэлектрическим ЖК, показано влияние граничных поверхностей жидкокристаллической ячейки на деформацию и раскрутку спиральной структуры. В данной работе рассматривается стабилизированный поверхностью SmC^* , в котором подавляется закрученность за счет влияния граничных условий.

Целью данной работы является теоретическое исследование поведения сегнетоэлектрического жидкого кристалла в постоянном внешнем электрическом поле с изменяющимся направлением по отношению к смектическим слоям и получение равновесного решения для образца SmC^* в геометрии «bookshelf», то есть когда не учитывается геликоидальная структура исследуемого материала.

Постановка задачи

Рассмотрим сегнетоэлектрический ЖК (типичный представитель – это 4-*n*-децилоксибензилиден-4'-амино-2-метилбутилцинномат – DOBAMBC). Подобные смектики имеют закрученные от слоя к слою молекулы, усредненные направления длинных осей этих молекул описываются единичным вектором \vec{n} . В обычном смектике *C* директор в каждом слое наклонен к нормали \vec{a} под углом θ (рис. 1, *a*).

Рис. 1. Ориентация директора \vec{n} в смектических слоях

В общем случае угол θ зависит от температуры: с повышением температуры мезофазы он становится меньше. Запишем директор \vec{n} в виде

$$\vec{n} = \vec{a} \cos \theta + \vec{c} \sin \theta,$$

где \vec{a} – нормаль к смектическому слою, \vec{c} – единичный вектор, характеризующий направление проекции директора \vec{n} в слое, как показано на рис. 1, б.

В рассматриваемом SmC* присутствует спонтанная поляризация \vec{P} , которая всегда перпендикулярна плоскости (\vec{a}, \vec{n}) . Удобно ввести вектор $\vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ для описания $\vec{P} = P_0 \vec{b}$ (рис. 1, б).

В толстых слоях хирального смектика SmC* директор \vec{n} совершает вращение от слоя к слою при движении вдоль оси Oz , а это приводит к возникновению геликоидальной структуры, ко-

торая для образца *DOMBAC* имеет следующие характеристики: период геликоида 2 мкм, $\theta = 21^\circ$, толщина слоя $10^{-3}\text{--}10^{-4}$ м, диэлектрическая анизотропия $\Delta\epsilon \approx -0.5$.

Однако нередко для практических целей используют поверхностно-ориентированный сегнетоэлектрический ЖК (SSFLC – *surface stabilized ferroelectric liquid crystal*), в котором геликоидальность структуры подавляется за счет использования тонкого образца и влияния поверхностных сил на подложках.

Рассмотрим положительную поляризацию $P_0 > 0$. Известно, что внешние электрические поля переориентируют поле директора в слоях, поскольку в них присутствует нескомпенсированная спонтанная поляризация.

Электрическое поле прикладывается под углом α к оси Ox

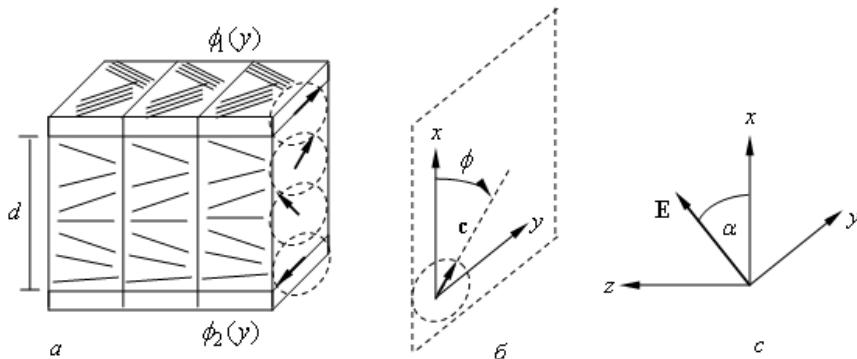


Рис. 2. Геометрия сегнетоэлектрического ЖК во внешнем электрическом поле:

а – страйп-структуры на подложках; б – ϕ – азимутальный угол; с – α – угол приложения электрического поля к образцу

Предполагаем отсутствие конвективных потоков при воздействии внешним полем и прикладываемые поля меньше критических значений.

Теоретическая модель

Нормали \vec{a} и \vec{c} , введенные ранее удовлетворяют следующим условиям:

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{c} = 1, \vec{a} \cdot \vec{c} = 0, \nabla \times \vec{a} = \vec{0}.$$

Известно, что энергия упругости сегнетоэлектрического ЖК в декартовой системе координат [1]

$$\begin{aligned} w_{els} = & \frac{1}{2} A_{21} (a_{i,i})^2 + \frac{1}{2} (B_2 - B_3) (c_{i,i})^2 + \\ & + \frac{1}{2} (B_1 - B_3) c_{i,j} c_j c_{i,k} c_k + \frac{1}{2} B_3 c_{i,j} c_{i,j} + \\ & + \frac{1}{2} (A_{12} + A_{21} + 2A_{11} - B_1 + B_3) (c_i a_{i,j} c_j)^2 - \\ & - \left(A_{11} + A_{21} + \frac{1}{2} B_3 \right) a_{i,i} (c_j a_{j,k} c_k) + \\ & + B_{13} c_{i,j} c_j c_{i,k} a_k + (C_1 + C_2) c_{i,i} (c_j a_{j,k} c_k) - \\ & - C_2 a_{i,i} c_{i,j} + 2A_{11} \delta \varepsilon_{ipk} a_p c_k c_{j,i} a_j - B_3 q \varepsilon_{ipk} a_p c_k c_{i,j} a_j, \end{aligned} \quad (1)$$

где предполагается суммирование от 1 до 3, запятая означает дифференцирование по соответствующей переменной. На константы упругости накладываются ограничения [6]

$$\begin{aligned} A_{12}, A_{21}, B_1, B_2, B_3 \geq 0, A_{12} A_{21} - A_{11}^2 \geq 0, \\ B_1 B_3 - B_{13}^2 \geq 0, B_2 A_{12} - C_1^2 \geq 0, B_2 A_{21} - C_2^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Константы A_i связаны с изгибами смектических слоев, B_i определяются возмущением вектора \vec{c} , которые соответствуют разным видам деформаций, C_i связаны с различными взаимодействиями вышеуказанных деформаций.

Электрический вклад в энергию [7]

$$w_{elc} = -\vec{P} \cdot \vec{E} - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_a (\vec{n} \cdot \vec{E})^2, \quad (2)$$

где \vec{E} – электрическое поле, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, ε_a – диэлектрическая анизотропия. При $\varepsilon_a > 0$ директор ориентируется параллельно направлению поля, при $\varepsilon_a < 0$ – перпендикулярно (в данном случае ε_a отрицательная величина). Первое слагаемое в (2) принимает минимальное значение при $\vec{P} \parallel \vec{E}$.

Плотность энергии для смектика C^*

$$w = w_{els} + w_{elc}. \quad (3)$$

Тогда полная энергия

$$W = \int_V w dV, \text{ где } V \text{ – объем образца.}$$

В отсутствие потоков динамические уравнения, описывающие смектик C^* во внешнем электрическом поле, разбиваются на систему уравнений для \vec{a} и \vec{c} .

В рассматриваемой модели смектические слои остаются невозмущенными, поэтому нормаль \vec{a} будет константой. Уравнение для \vec{c} имеет следующий вид [5]:

$$\Pi_i^c + \tilde{g}_i^c + \mu a_i + \tau c_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi_i^c &= \left(\frac{\partial w}{\partial c_{i,j}} \right)_{,j} - \frac{\partial w}{\partial c_i}, \\ \tilde{g}_i^c &= -2\lambda \frac{\partial c_i}{\partial t}. \end{aligned}$$

Параметр λ – положительный коэффициент вязкости, связанный с вращением директора в смектическом слое по образующей конуса (рис. 1).

Скалярные функции μ и τ – множители Лагранжа, которые могут быть найдены из скалярного произведения уравнения (4) с векторами \vec{a} и \vec{c} .

В нашем образце сегнетоэлектрического ЖК SmC* в геометрии «bookshelf» (рис. 2) электрическое поле \vec{E} приложено под углом α к нормали к плоскости смектических слоев. Вектор \vec{c} , представляющий единичный вектор проекции директора \vec{n} , описывается азимутальным углом ϕ , показанным на рис. 2, б.

Распределение директора по верхней и нижней границам вдоль оси Oy имеет периодический характер, вдоль оси Oz – направление единичного вектора \vec{a} .

В соответствии с предложенной геометрией задачи можно выписать векторы таким образом: $\vec{a}(0, 0, 1)$, $\vec{c}(\cos \phi(x, y, t), \sin \phi(x, y, t), 0)$, $\vec{P} = P_0 \vec{b}$, $\vec{b}(-\sin \phi(x, y, t), \cos \phi(x, y, t), 0)$, $\vec{E}(E \cos \alpha, 0, E \sin \alpha)$.

Далее избавимся от множителя Лагранжа. Возьмем скалярное произведение уравнения (4) на \vec{a} и \vec{c} . Тогда

$$\mu = -\Pi_3^c, \quad \tau = -\Pi_i^c c_i \\ \Pi_1^c + \tilde{g}_1^c + \tau \cos \phi = 0, \quad (5)$$

$$\Pi_2^c + \tilde{g}_2^c + \tau \sin \phi = 0. \quad (6)$$

Умножая уравнение (5) на $\sin \phi$, (6) на $\cos \phi$ и вычитая эти уравнения, получим

$$\Pi_1^c \sin \phi - \Pi_2^c \cos \phi + \tilde{g}_1^c \sin \phi - \tilde{g}_2^c \cos \phi = 0. \quad (7)$$

Значения \tilde{g}_1^c , \tilde{g}_2^c , Π_1^c и Π_2^c могут быть получены из соотношения (1)–(3)

$$\tilde{g}_1^c = 2\lambda \sin \phi \frac{\partial \phi}{\partial t},$$

$$\tilde{g}_2^c = -2\lambda \cos \phi \frac{\partial \phi}{\partial t},$$

$$\Pi_1^c = -B_2 \left[\cos \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \sin \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] -$$

$$- B_1 \left[\cos \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \sin \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] +$$

$$+ \varepsilon_a \varepsilon_0 E^2 \sin \theta \cos \alpha (\sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta \cos \phi),$$

$$\Pi_2^c = -B_1 \left[\sin \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 - \cos \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] -$$

$$- B_2 \left[\sin \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 - \cos \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] - P_0 E \cos \alpha.$$

Подставляя полученные соотношения в уравнение (7) в одноконстантном приближении при $B_1 = B_2 = B$, получим (в отличие от [6]) динамическое двумерное уравнение для $\phi(x, y, t)$ в виде

$$2\lambda \frac{\partial \phi}{\partial t} = B \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - P_0 E \cos \alpha \cos \phi - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a E^2}{4} \sin 2\alpha \sin 2\theta \sin \phi - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a E^2}{2} \cos^2 \alpha \sin^2 \theta \sin 2\phi. \quad (8)$$

В стационарном случае дифференциальное нелинейное уравнение в частных производных (8) переходит в

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tilde{y}^2} = M_0 \cos \alpha \cos \phi + M_1 \sin 2\alpha \sin 2\theta \sin \phi + 2M_1 \cos^2 \alpha \sin^2 \theta \sin 2\phi, \quad (9)$$

где записаны обезразмеренные коэффициенты и переменные в виде: $M_0 = \frac{P_0 E d^2}{B}$, $M_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a E^2 d^2}{4B}$,

$\tilde{x} = \frac{x}{d}$, $\tilde{y} = \frac{y}{d}$ (для удобства далее знак волны над переменными x и y будем опускать).

В нашей постановке задачи граничные условия задаются следующим образом:

$$\phi(0, y, t) = \frac{\pi}{2} - \pi \cdot \text{He}(\sin q_1 y), \quad (10)$$

$$\phi(1, y, t) = -\frac{\pi}{2} + \pi \cdot \text{He}(\sin q_2 y). \quad (11)$$

Поскольку функция Хевисайда не определена в точке 0, то мы доопределим ее, приняв в точке ноль $\text{He}(0) = 0$.

Отметим, что выражения для Π_1^c , Π_2^c , а также уравнения (8) и (9) получены в предположении равенства $B_3 \approx B_1$, что соответствует реальным значениям этих констант.

Обсуждение результатов

Уравнение (9) решено с учетом граничных условий (10), (11), проведено исследование устойчивости решений. Задача для образца нематического жидкого кристалла с подобными периодическими граничными условиями решалась в [3], случай полосчатых граничных условий рассмотрен в [2].

Проведем оценку коэффициентов M_i нелинейной части уравнения (9) для $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$, $B = 5 \cdot 10^{-12}$, $\varepsilon_a = -2$, $P_0 = 80 \cdot 10^{-6}$, $d = 10^{-5}$ м, $\theta = 11^\circ$, $\alpha = 15^\circ$ в зависимости от напряженности электрического поля.

Результаты приведены в таблице.

Результаты оценки коэффициентов M_i

$E, \text{Ф/м}$	M_0	M_I
10^3	1,6	$8,85 \cdot 10^{-5}$
10^6	$1,6 \cdot 10^3$	88,5
10^8	$1,6 \cdot 10^5$	$8,85 \cdot 10^{-5}$

Исходя из полученных результатов при малых электрических полях в нелинейной части уравнения (9) достаточно учитывать только первое слагаемое, которое имеет наиболее весомый вклад, и для оценочных расчетов можно рассмотреть уравнение, которое фактически представляет собой модифицированное уравнение синус-Гордона

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = M_0 \cos \alpha \cos \phi. \quad (12)$$

Особенность нашей задачи состоит в том, что в предложенной модели появляются искажения поля директора, зависящие от

переменной y . Здесь наблюдаются эффекты соизмеримости и несоизмеримости. При соответствующих отношениях периодов задаваемых структур (которые и определяют граничные условия) на верхней и нижней пластинах, ограничивающих смектический ЖК, появляются периодические макронеоднородности в объеме смектика. Ниже приводятся их графики. Для описания возникающих во внешнем электрическом поле структур можно воспользоваться теорией Френкеля – Конторовой [8]. При определенных отношениях (в виде дроби из отношения целых чисел) наблюдаются соизмеримые структуры – на два периода, задаваемых верхней пластиной, приходится три периода структур задаваемых нижней пластиной. Когда эти отношения становятся иррациональными – наблюдается несоизмеримая структура в объеме образца, мы видим на рисунке два солитона (рис. 3). Варьируя длину периода на верхней и нижней пластинах, мы получаем пространственные структуры сегнетоэлектрического ЖК.

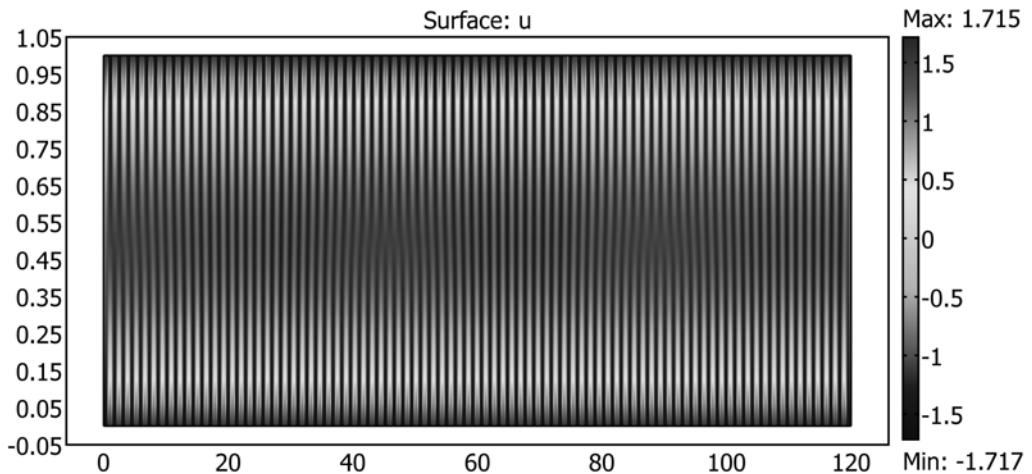


Рис. 3. Образование солитонов в объеме сегнетоэлектрического ЖК

На рисунках 4–7 приведены результаты расчета зависимости азимутального угла ϕ от y по уравнению (12) с граничными условиями (10) и (11).

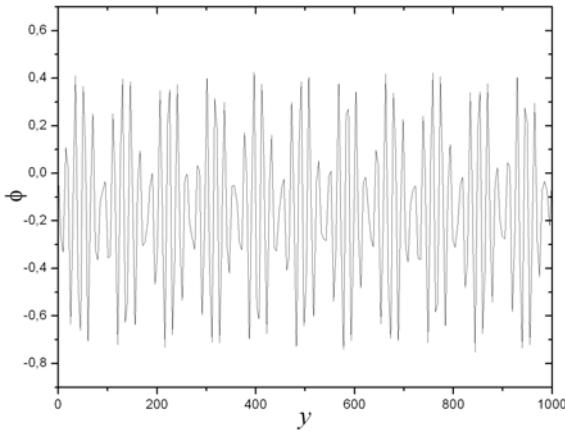


Рис. 4. Зависимость $\phi (y)$ для $q_1 = 0,33$ и $q_2 = 0,4$

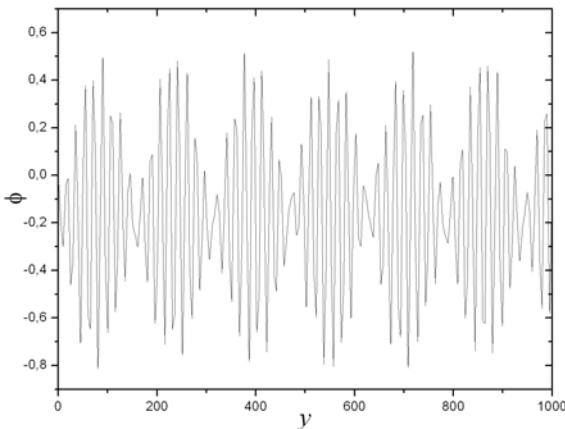


Рис. 5. Зависимость $\phi (y)$ для $q_1 = 0,33$ и $q_2 = 0,37$

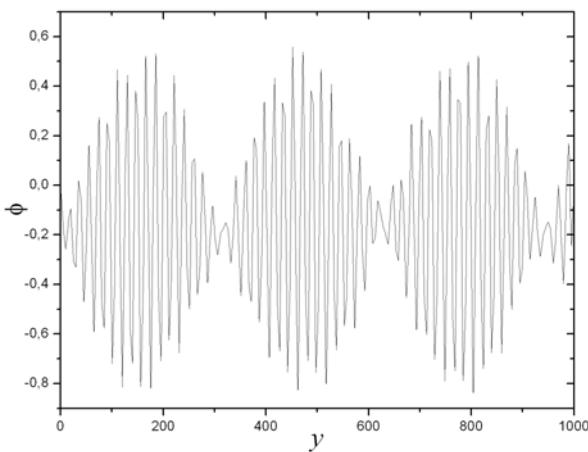


Рис. 6. Зависимость $\phi (y)$ для $q_1 = 0,33$ и $q_2 = 0,35$

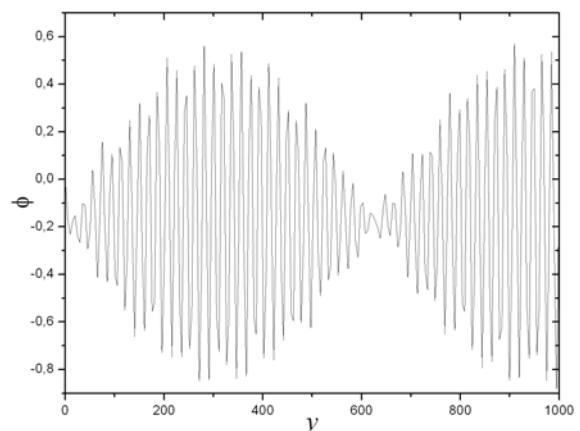


Рис. 7. Зависимость $\phi (y)$ для $q_1 = 0,33$ и $q_2 = 0,34$

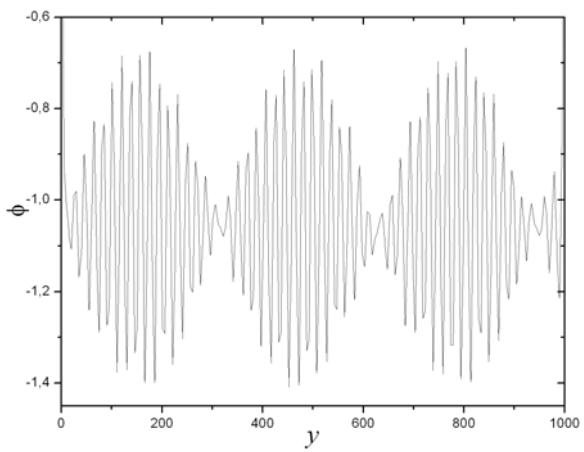


Рис. 8. Зависимость $\phi (y)$, рассчитанная по уравнению (9) для $q_1 = 0,33$, $q_2 = 0,35$ и напряженности поля $E = 10^4 \text{ Ф/м}$

При этом, как и предполагалось, решения уравнения (9) и (12) для $E \leq 10^3 \text{ Ф/м}$ практически не отличаются, что дает возможность пользоваться при малых электрических полях уравнением (12).

Полученные решения показывают, что при напряженности электрического поля 10^3 Ф/м амплитуда изменения азимутального угла довольно большая, ϕ принимает значения из интервала $[-0.8; 0.45]$. При $E = 10^4 \text{ Ф/м}$ амплитуда и интервал значений уменьшаются до $[-1.36; -0.67]$.

При наложении области влияния граничного условия (10) нижней подложки на область влияния граничного условия (11) верхней подложки происходит образование периодических структур.

Период макрообразований зависит от отношения волновых чисел q_1/q_2 . Анализ соотношения волновых чисел q_1 и q_2 показывает, что при увеличении значения q_1/q_2 период макрообразований увеличивается.

Заключение

Решение нелинейного дифференциального уравнения (12) можно проанализировать на примере модели Френкеля – Конторовой [8]. В рассматриваемом случае ориентация азимутального угла ϕ в центральной части объема смектического ЖК испытывает влияние периодических структур со стороны подложек. Если считать, что «атомы» в модели Френкеля–Конторовой в нашей задаче представляют собой области с различными ориентациями молекул на поверхностях стеклянных пластин, которые взаимодействуют в толще смектика SmC* по закону, описываемому уравнением Пуассона (12), то становится очевидным объяснение наблюдаемой картины внутри образца. При соответствующих отношениях периодов расположения молекул смектического ЖК (рис. 2, *a*) на границах мы наблюдаем появление одномерных кинков в плоскости смектического слоя xy .

Основываясь на континуальном подходе в модели сегнетоэлектрического смектического ЖК во внешнем электрическом поле, удалось получить два типа топологических дефектов в слое мезофазы, которые определялись периодическими граничными условиями, наложенными на раскрученный (SSFLC) смектик C*. И в зависимости от величины отношения периодов расположения молекул на подложках получались кинковые и солитонные конфигурации [9] в распределении азимутального угла, характеризующего поле директора внутри слоя смектика.

Устойчивость рассматриваемой системы предполагает неизменность физической картины распределения поля директора в образце сегнетоэлектрического смектического жидкого кристалла, что и показано в данной работе. В исследуемом образце формируются периодические структуры, характер которых при малых изменениях электрического поля не меняется.

Работа выполнена при поддержке Академии наук Республики Башкортостан и Российского Фонда Фундаментальных Исследований в рамках проекта № 14-02-97026.

Список литературы / References

1. Atherton T. J., Sambles J. R. Orientational transition in a nematic liquid crystal at a patterned surface // Phys. Rev. E. 2006. Vol. 74. Id. 022701.
2. Кондратьев Д. В., Мигранов Н. Г. Распределение молекул нематического жидкого кристалла в полупространстве, ограниченном структурированной подложкой // Вестн. Помор. ун-та. Сер. Естествен. науки. 2009. № 3. С. 91–95 [Kondrat'ev D. V., Migranov N. G. Raspredelenie molekul nematicheskogo zhidkogo kristalla v poluprostranstve, ogranicennom strukturirovannoy podlozhkoy (Molecular distribution of nematic liquid crystal in the half-space limited by structured substrate) // Vestnik Pomor. un-ta. Ser. Estestven. Nauki (Vestnik Pomor University. Series Natural Sciences. 2009. № 3. P. 91–95 (in Russian)].
3. Кондратьев Д. В., Мигранов Н. Г. Построение функционала, описывающего макроструктуры в тонком слое нематического жидкого кристалла // Вестник ЧелГУ: Физика. 2010. Вып. 7, № 12. С. 41–46 [Kondrat'ev D. V., Migranov N. G. Postroenie funktsionala, opisyvayushchego makrostruktury v tonkom sloe nematiceskogo zhidkogo kristalla (The functional construction describing the macrostructures in the thin slab of nematic liquid crystals) // Vestnik ChelGU: Fizika (Vestnik of the Chelyabinsk State University: Physics). 2010. Vol. 7, Iss. 12. P. 41–46 (in Russian)].
4. Казначеев А. В. Раскрутка спирального сегнетоэлектрического жидкого кристалла граничными поверхностями // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2015. Т. 14, № 1. С. 22–27 [Kaznacheev A. V. Raskrutka spiral'nogo segneto-elektricheskogo zhidkogo kristalla granichnymi poverkhnostyami (Boundaries induced helix uncoiling in ferroelectric liquid crystals) // Zhidkie kristally i ikh prakticheskoe ispol'zovanie (Liq. Cryst. & Appl. Russ. J.). 2015. Vol. 14, Iss. 1. P. 22–27 (in Russian)].
5. Stewart I. W. The static and dynamic continuum theory of liquid crystals. London and New York : Taylor and Francis, 2004. 360 p.
6. Stewart I. W. Stability of equilibrium states in finite samples of smectic C* liquid crystals // J. Phys. A: Math. Gen. 2005. Vol. 38. P. 1853–1873.
7. de Gennes P. G., Prost J. The Physics of Liquid Crystals. Oxford : Clarendon Press, 1993. 596 p.

8. Braun O. M., Kivshar Y. S. Nonlinear dynamics of the Frenkel – Kontorova model // Phys. Rep. 1998. Vol. 306. P. 1–108.
9. Екомасов Е. Г., Гумеров А. М., Муртазин Р. Р. О возбуждении солитонов при взаимодействии кинков уравнения синус-Гордона с притягивающей примесью // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, № 3. С. 509–520 [Ekomasov E. G., Gumerov A. M., Murtazin R. R. O vozbuždenii solitonov pri vzaimodeystvii kinkov uravneniya sinus-Gordona s prityagivayushchey primes'yu (Excitement of solitons in the interaction of kinks of sine-Gordon equation with attracting impurity) // Komp'yuternye issledovaniya i modelirovaniye (Computer research and modeling). 2012. Vol. 4, № 3. P. 509–520 (in Russian)].

Поступила в редакцию 18.05.2015 г.