### УДК 538.9

# Д. Н. Мигранова<sup>1</sup>, Р. Н. Исмагилова<sup>2,3</sup>, Н. Г. Мигранов<sup>4</sup>, Д. В. Кондратьев<sup>5,6</sup>

## К ВОПРОСУ О ПОЯВЛЕНИИ МАКРОНЕОДНОРОДНОСТЕЙ ТИПА ШЕВРОНОВ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

<sup>1</sup>Восточная экономико-юридическая гуманитарная академия, ул. Мубарякова, 3, 450092 Уфа, Россия, <sup>2</sup>ООО «БашНИПИнефть», ул. Ленина, 86/1, 450006 Уфа, Россия, <sup>3</sup>Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, ул. Октябрьской революции, 3а, 450000 Уфа, Россия, <sup>4</sup>Институт механики УНЦ РАН, проспект Октября, 71, 450054 Уфа, Россия, <sup>5</sup>Академия наук Республики Башкортостан, ул. Кирова, 15, 450008 Уфа, Россия, <sup>6</sup>Башкирский кооперативный институт, филиал Российского университета кооперации, ул. Ленина, 26, 450000 Уфа, Россия. E-mail: denis.kondratyev@bk.ru

В рамках континуальной модели описания жидких кристаллов исследована система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая поверхностно-стабилизированный сегнетоэлектрический жидкий кристалл С\* в геометрии шеврона. Цель этой работы заключается в том, чтобы получить новые решения, описывающие появление шевронов. Показано, что решение, выраженное через эллиптические функции, позволило объяснить вид и структуру шевронов. Проведена оценка энергии сегнетоэлектрического жидкого кристалла исходя из решения, выраженного через эллиптический синус.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, сегнетоэлектрический жидкий кристалл, смектический слой, шеврон.

DOI: 10.18083/LCAppl.2017.2.78

# D. N. Migranova<sup>1</sup>, R. N. Ismagilova<sup>2,3</sup>, N. G. Migranov<sup>4</sup>, D. V. Kondratyev<sup>5,6</sup>

## TO THE PROBLEM OF CHEVRON TYPE MACROINHOMOGENITIES APPEARED IN FERROELECTRIC LIQUID CRYSTALS

 <sup>1</sup>Eastern Economics and Law Humanities Academy, 3 Mubarjakova St., Ufa, 450092, Russia, <sup>2</sup>LLC «BashNIPIneft», 86/1 Lenin St., Ufa, 450006, Russia, <sup>3</sup>Bashkir State Pedagogical University, 3a October revolution St., Ufa, 450000, Russia, <sup>4</sup>Institute of Mechanics Ufa Research Centre RAS, 71 October Av., Ufa, 450008, Russia <sup>5</sup>Academy of Sciences of Republic Bashkortostan, 15 Kirov St., Ufa, 450008, Russia, <sup>6</sup>Bashkir Cooperative Institute (branch) of the Russian Cooperative University, 26 Lenin St., Ufa, 450000, Russia, E-mail: denis.kondratyev@bk.ru

A system of nonlinear differential equations describing surface stabilized ferroelectric liquid crystal SmC\* in the chevron's geometry in the framework of continual model is considered. The purpose of this work is obtaining of new solutions describing the appearance of chevrons. It is shown that the solution expressed through the elliptic functions allows to explain the appearance and structure of chevrons. The energy of the ferroelectric liquid crystal is estimated using the solution expressed in terms of the elliptical sine.

Key words: mathematical modeling, ferroelectric liquid crystal, smectic layer, chevron.

<sup>©</sup> Мигранова Д. Н., Исмагилова Р. Н., Мигранов Н. Г., Кондратьев Д. Н., 2017

### Введение

В последние годы наблюдается устойчивый интерес к исследованию смектических жидких кристаллов. Он обусловлен тем, что эти системы обладают целым рядом структурных И ориентационных особенностей, которые позволяют использовать их в разнообразных устройствах отображения и хранения информации. Среди смектических жидких кристаллов (СЖК) особое место занимают геликоидальные смектики C\*, обладающие сегнетоэлектрическими свойствами. В ограниченных ячейках эти системы могут образовывать различные структуры в зависимости от условий на ориентирующих поверхностях. В частности, спираль геликоида поляризации, возникающего в объемной фазе в ограниченных системах, может оказаться полностью раскрученной под действием ориентирующих поверхностей. Структуры такого типа получили название поверхностностабилизированных сегнетоэлектрических жидких кристаллов. Экспериментально было обнаружено, взаимолействие ориентирующими что с плоскостями системах в этих приводит к появлению двух устойчивых равновесных ориентационных конфигураций – бистабильности Кларка – Лагерволла [1, 2].

В [3] была предложена модель упругого поведения идеальных смектиков. Однако для объяснения деформаций реальных смектиков необходимо найти методы управления природой и плотностью дефектов, которые играют решающую роль в вязкоупругости этих фаз. В этом отношении случай смектиков весьма напоминает поведение реальных твердых тел с качественной, но важной разницей: эластичный отклик материала проявляется только в очень короткое время по сравнению обычной продолжительностью с эксперимента. Вне этого времени пластичность становится доминирующим процессом для деформаций образца.

Ряд теоретических работ [4, 5] посвящен исследованию поверхностно-стабилизированных сегнетоэлектрических жидких кристаллов BO внешних электрических полях. Рассмотрена возможность появления периодических макронеоднородностей в объеме исследуемого СЖК под воздействием специальных периодических структур, нанесенных на ограничивающие образец поверхности, во внешнем электрическом поле.

[6] рассмотрена упрощенная модель B шевронной структуры, наблюдаемая в тонких ячейках сегнетоэлектрических жидких кристаллов, основанная на обобщении «одноосного» приближения ориентационной упругости. Исследование влияния слабого сцепления на переход между шевронными структурами С1 и С2 в жидких кристаллах смектика С изложено в [7], где использован континуальный подход, который авторами успешно реализован при изучении образцов нематического поведения жидкого кристалла (НЖК) во внешних магнитных и электрических полях в работе [8]. Влияние сильного сцепления на появление шевронов в присутствии сильных электрических полей рассмотрено в [9].

В [10] дается простое объяснение структуры шевронного слоя, которая наблюдалась в SmC\*. Для обсуждения их слоистой структуры предложена феноменологическая упругая свободная энергия, связанная с искажением слоя и деформацией директора. Показано, что существует решение в виде солитона, соответствующее шевронной структуре.

В [11] подробно изложены проблемы в развитии систем отображения информации с использованием НЖК и значительные успехи в разработке новых сегнетоэлектрических ЖК. которые обладают уникальными свойствами. Основные электрооптические эффекты в сегнетоэлектрических жидких кристаллах рассмотрены в [12] с точки зрения их физической сущности И потенциала использования в дисплейных и фотонных устройствах нового Эти поколения. результаты обеспечивают существенные инновационные преимущества СЖК по отношению к НЖК и являются основой для многих перспективных применений СЖК.

Обзор технических аспектов использования различных типов жидкокристаллических устройств для средств отображения информации и некоторых задач управления светом подробно проведен в [13].

В данной работе осуществлен поиск новых решений для модели, описывающей появление шевронов в образце сегнетоэлектрического ЖК в геометрии «книжная полка». Полученные решения проанализированы с точки зрения физики формирования шевронов.

### Постановка задачи

Запишем феноменологическое выражение свободной энергии для SmC\*. Ось z направим вдоль нормали к невозмущенным смектическим слоям. Обозначим через и и ф смещение слоев параллельно оси *z* и азимутальный угол, отсчитываемый от поверхности, совпадающей по Для направлению с осью v. описания механической нестабильности необходимо учесть нелинейное слагаемое [3] в свободной энергии смектика С. В предположении жесткости молекул, сохраняющих свою длину *a*0 и образующих поверхностно-ориентированный SmC\* при наклоне молекул на угол θ, толщина смектического слоя уменьшается и становится равной  $a_0 \cos \theta$ . При этом мы полагаем, что толщина образца со смектиком С, помещенном в ячейку между стеклянными пластинами, не изменяется и не происходит скольжение слоев вдоль этих пластин (жесткие граничные условия). Следующим условием в рассматриваемой нами математической модели является неизменное количество слоев в процессе перехода от SmA к SmC\*. Таким вследствие деформации в системе образом, возникает напряжение, которое записывается в виде

$$1 - \frac{\cos \theta}{\cos \delta} = 1 - \frac{\cos \theta}{\cos(-\arctan(du/dx))} = 1 - \cos \theta \sqrt{1 + \left(\frac{du}{dx}\right)^2},$$

где угол наклона смектического слоя  $\delta$  выражен через пространственную производную смещения слоя  $\frac{du}{dx} = -\operatorname{tg} \delta$ . В нашей одномерной модели будем считать, что u и  $\phi$  зависят только от переменной x. Свободная энергия для объема образца SmC\* может быть представлена в виде:  $F = F_L + F_d + F_c$ , где  $F_L$  описывает энергию искажения смектического слоя,  $F_d$  – энергию искажения поля директора, а  $F_c$  представляет энергию взаимодействия искажения слоя и поля директора. Выражения для плотностей этих энергий запишутся следующим образом

$$f_L = \frac{K_u}{2} \left(\frac{d^2 u}{dx^2}\right)^2 + \frac{B}{2} \left[1 - \cos\theta \sqrt{1 + \left(\frac{du}{dx}\right)^2}\right]^2;$$

$$f_{d} = \frac{K}{2} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{2} + Kq_{b} \sin \varphi \frac{d\varphi}{dx}$$
$$f_{c} = C \frac{d^{2}u}{dx^{2}} \frac{d\varphi}{dx}.$$

В этих выражениях для плотностей энергии константы  $K_u$  и *В* представляют собой коэффициенты упругой поперечной деформации и модуля сжатия слоев, соответственно, K – коэффициент упругости Франка.



*Рис. 1.* Изменение толщины слоя  $l_C = a_0$  в смектике SmA при фазовом переходе в смектик SmC\* с высотой слоя  $l_C = a_0 \cos \theta$ 

*Fig. 1.* Change in the thickness of the layer  $l_C = a_0$  in SmA smeetic during the phase transition to smeetic SmC\* with layer height  $l_C = a_0 \cos \theta$ 

Как упоминалось ранее, понижение температуры смектика А в ограниченном образце приводит к фазовому переходу и появлению шевронов уже в смектике С. Это связано с увеличением значения полярного угла  $\theta$ , и, как следствие, с уменьшением толщины смектических слоев от значения  $l = a_0$  до  $l = a_0 \cos \theta$ , что рис. 1. Шевроны продемонстрировано на образуются при жестких граничных условиях, когда отсутствует скольжение смектических слоев вдоль границ, т. е. вдоль пластин. А из условия сохранения объема образца происходит удлинение слоев, что сопровождается искривлением слоев и резким скачком в изменении угла в центре слоя появлением излома. Проекция слоя на ось z запишется в виде:

$$l_z = \frac{1}{\cos \delta} = \frac{a_0 \cos \theta}{\cos(\arctan(du/dx))}$$

что следует из рис. 2.



*Рис. 2.* Изменение толщины шеврона поверхностностабилизированного смектика SmC\* в проекции на ось *z* при наклоне смектического слоя на угол δ

*Fig. 2.* Change in the thickness of the chevron of the surface-stabilized smectic SmC \* in the projection onto the z axis when the smectic layer is tilted through an angle  $\delta$ 

Проинтегрировав  $f_L$ ,  $f_d$  и  $f_c$  по толщине ячейки вдоль x, получим выражение для полной энергии смектического ЖК на единицу площади

$$F = K_{u} \int_{-h/2}^{h/2} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^{2} + \frac{1}{2\lambda^{2}} \left( 1 - \cos \theta \sqrt{1 + v^{2}} \right)^{2} + \left\{ + \frac{1}{2} \kappa \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^{2} + g \left( \frac{dv}{dx} \right) \frac{d\varphi}{dx} + Kq_{b} \left[ \cos \varphi \left( -\frac{h}{2} \right) - \cos \varphi \left( \frac{h}{2} \right) \right],$$

$$(1)$$

где 
$$v = \frac{du}{dx}$$
,  $\lambda = \sqrt{\frac{K_u}{B}}$ ,  $\kappa = \frac{K}{K_u}$ ,  $\gamma = \frac{C}{K_u}$ .

Минимизируя этот функционал по *v*(*x*) и  $\varphi(x)$ , получим уравнения Эйлера – Лагранжа

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2 \mathbf{v}}{dx^2} + \left[ \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + \mathbf{v}^2}} - \cos^2 \theta \right] \frac{\mathbf{v}}{\lambda^2} + \gamma \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = 0, \\ \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \gamma \frac{d^2 \mathbf{v}}{dx^2} = 0. \end{bmatrix}$$
(2)

В этой системе двух уравнений можно избавиться от  $\varphi(x)$  и свести к одному нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \left[ \frac{1}{\sqrt{1+v^2}} - \cos\theta \right] \frac{v \cos\theta}{\lambda^2 (1-\gamma^2/\kappa)} = 0.$$
(3)

Поиск решения аналитического полученного уравнения представляет собой отдельную и достаточно сложную проблему, поэтому ограничимся малыми углами в и слабыми изменениями в смещении слоя v = du / dx. Разлагая соѕ в ряд и оставляя члены в разложении не выше второго порядка малости, получим

$$\frac{d^2\mathbf{v}}{dx^2} + \frac{1}{2\lambda^2(1-\gamma^2/\kappa)} (\theta^2 - \mathbf{v}^2)\mathbf{v} = 0.$$

Умножим уравнение на dv/dx и проинтегрируем

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + \frac{1}{4\lambda^2(1-\gamma^2/\kappa)} \left(2\nu^2\theta^2 - \nu^4\right) = C_0.$$
 (4)

В соответствии с экспериментальными наблюдениями [14] можно положить dv/dx = 0, а также  $|v| = | du/dx | = \theta$ ,  $\theta$  – полярный угол, образованный директором и нормалью к слою в этой же точке, но для тех областей смектического слоя, которые располагаются дальше от центра x = 0, от вершины шеврона. С учетом указанных допущений можно выразить константу  $C_0$  через полярный угол  $\theta$ 

$$C_0 = \frac{\theta^4}{4r\lambda^2}$$
, где  $r = 1 - \gamma^2 / \kappa$ .

Теперь если допустить, что r > 0, а это обеспечивает минимизацию функционала (1), то уравнение (4) перепишется в виде

$$\frac{d\mathbf{v}}{dx} = \pm \frac{1}{2\lambda\sqrt{r}} \left(\theta^2 - \mathbf{v}^2\right). \tag{5}$$

Следующим физическим допущением, связанным с симметрией рассматриваемой геометрии, является v(-x) = -v(x). Поскольку дифференциальное уравнение (5) является нелинейным, то можно предположить, что оно допускает несколько аналитических решений.

Первое из них, содержащее два знака, имеет следующий вид:

$$v(x) = \pm \theta \operatorname{th}\left(\frac{\theta x}{2\sqrt{r\lambda}}\right). \tag{6}$$

Это решение представляет собой одиночный солитон. Проинтегрируем (6) и получим решение для смещения смектического слоя

$$u(x) = \pm \sqrt{r} \lambda \left[ \ln \left[ 1 - th \left( \frac{\theta x}{2\sqrt{r\lambda}} \right) \right] + \ln \left[ 1 + th \left( \frac{\theta x}{2\sqrt{r\lambda}} \right) \right] \right] + C_1$$

Из условия u(0) = 0 постоянная интегрирования  $C_1$  в этом выражении зануляется. После упрощения получаем симметричное относительно центра смещение смектического слоя u(x), приводящее к образованию шеврона

$$u(x) = \pm 2\sqrt{r\lambda} \ln \left[ \operatorname{ch} \left( \frac{\theta x}{2\sqrt{r\lambda}} \right) \right].$$
 (7)

Появляющиеся разные знаки в (7) можно интерпретировать, согласно работе [7], как формирование шевронов типа С1 с вершинами выше (по оси *z*) первоначального плоского слоя, так и ниже – типа С2 (рис. 3). Теперь в поисках дополнительных решений вернемся к частному решению (6) для уравнения (4). Оно позволяет получить общее решение, если учесть, что наше обыкновенное дифференциальное уравнение (5) представляет собой уравнение Риккати.



*Puc. 3. а* – Конфигурация директора *n* внутри наклонного смектического слоя, иллюстрирующего полярный угол конуса θ, азимутальный угол φ и угол наклона слоя; *б* – Конфигурация слоев для шевронов типа C1 и C2 [7]

*Fig. 3. a* – Configuration of the director  $\vec{n}$  within an inclined smectic layer illustrating the polar angle  $\theta$  of the cone, the azimuthal angle  $\phi$  and the angle of inclination of the layer; *b* – Configuration of layers for chevrons of type C1 and C2 [7]

Используя приведенное в данной работе частное решение, можно выписать общее решение в виде:

$$\mathbf{v}(x) = \pm \Theta \frac{\left[ C \operatorname{sh}\left(\frac{\Theta x}{2\sqrt{r\lambda}}\right) \Theta - \operatorname{ch}\left(\frac{\Theta x}{2\sqrt{r\lambda}}\right) \right]}{\left[ C \operatorname{ch}\left(\frac{\Theta x}{2\sqrt{r\lambda}}\right) \Theta - \operatorname{sh}\left(\frac{\Theta x}{2\sqrt{r\lambda}}\right) \right]}.$$

Первому частному решению соответствует значение константы  $C \rightarrow \infty$ , второе частное решение при C = 0 выразится через гиперболический котангенс:

$$v(x) = \pm \theta \operatorname{cth}\left(\frac{\theta x}{2\sqrt{r\lambda}}\right).$$
(8)

Это решение не отражает физики явления — происхождения шевронов, поскольку получаемое значение для смещения слоя u(x) уходит в

бесконечность в вершине шеврона и поэтому может быть отброшено. Дальнейший анализ показал, что для случая выбора константы  $C = 1/\theta$ частное решение выражается третье через полярный угол  $v = \pm \theta$  и если он фиксирован, то это означает, что смещения слоя по обе стороны от неподвижной вершины шеврона описываются прямыми, т. е. по линейному закону  $u(x) = \pm \theta x$ . Знак минус означает, что рассматривается область значений  $x \in [0, h/2]$ , а знак плюс соответствует области  $x \in [-h/2, 0]$ . Таким образом, в нашей модели малых полярных углов  $\theta$  смещение слоя u(x) принимает всегда отрицательные значения, что соответствует появлению ИЗ плоских смектических слоев шевронов с вершинами в центре образца рассматриваемого поверхностноориентированного сегнетоэлектрического жидкого кристалла с коэффициентом.  $tg\theta \approx \theta$ .

Исследуемое нами дифференциальное уравнение (3) является нелинейным, а это означает, что в принципе могут существовать и другие решения. Поиск дополнительных решений аналитических нелинейного дифференциального уравнения обыкновенного приводит к эллиптическим функциям, которые, являются как известно, решениями дифференциальных уравнений, не представляемых через элементарные функции

$$v(x) = \frac{\theta\sqrt{2k}}{\sqrt{k^2 + 1}} \operatorname{sn}\left(\frac{\theta x}{\sqrt{2r}\lambda\sqrt{k^2 + 1}}, k\right).$$
(9)

Здесь, согласно нашей модели, модуль  $k = C_2 / \sqrt{1 - 2\theta^2}$  эллиптического синуса, содержащий произвольную константу  $C_2$  – действительное число.

Воспользуемся соотношением  $\frac{du}{dx} = v$  и проинтегрируем уравнение (9), в результате получим выражение для смещения смектического слоя u(x)

$$u(x) = -2\lambda\sqrt{r}\ln\left[ \frac{dn\left(\frac{\theta x}{\sqrt{2r}\lambda\sqrt{k^2+1}}, k\right) + }{+k \operatorname{cn}\left(\frac{\theta x}{\sqrt{2r}\lambda\sqrt{k^2+1}}, k\right)} \right] + C_3.$$

В центре слоя вершина шеврона фиксирована в положении u(0) = 0. Это позволяет найти константу интегрирования  $C_3 = 2\sqrt{r} \ln(1+k)$ .

Итак, мы получаем формулу для смещения слоя. выраженного смектического через эллиптические функции содержащее И произвольный параметр С2, входящий в модули этих эллиптических функций. Оставаясь в рамках действительных решений, можно утверждать, что  $0 \le k \le 1$ , а это, в свою очередь, позволяет выписать для неопределенной константы С2 область ее изменений:  $0 \le C_2 \le \sqrt{1 - 2\theta^2}$ . Далее из второго уравнения системы (2) с учетом первого решения (8) и условий  $\varphi(-x) = -\varphi(x)$  и  $d\varphi/dx = 0$ для положений директора *n* вдали от центра образца получим выражение для азимутального угла (рис. 4, *a*):

$$\varphi(x) = \pm \frac{\gamma}{\kappa} \theta \operatorname{th}\left(\frac{\theta x}{2\sqrt{r\lambda}}\right). \tag{10}$$

Теперь воспользуемся другим решением для v(x), которое в отличие от первого выражается через эллиптический синус, – (9).

В этом случае при тех же дополнительных условиях  $\phi(-x) = -\phi(x)$  и  $d\phi/dx = 0$  азимутальный угол принимает следующий вид (рис. 4,  $\delta$ ):

$$\varphi(x) = -\frac{\gamma \theta k \sqrt{2}}{\kappa \sqrt{k^2 + 1}} \operatorname{sn}\left(\frac{\theta x}{\sqrt{2r\lambda}\sqrt{k^2 + 1}}, k\right).$$
(11)

Решение для производной от смещения u(x) в виде постоянного полярного угла  $v(x) = \pm \theta$  дает для  $\phi$  тривиальное решение в виде нуля или в виде неопределенной константы.



*Рис. 4.* Графики зависимостей азимутального угла  $\phi$  от *x* для  $\lambda = 10^{-9}$  м,  $\theta = 0,1; \gamma = 0,01; \kappa = 0,95$  по соотношениям:  $a - (10); \delta - (11)$ 

*Fig. 4.* Graphs of the dependences of the azimuthal angle  $\varphi$  on x for  $\lambda = 10^{-9}$  m,  $\theta = 0,1$ ;  $\gamma = 0,01$ ;  $\kappa = 0,95$  according to the expressions: a - (10); b - (11)

Теперь приблизительно оценим энергию (1) сегнетоэлектрического ЖК – SmC\*, приходящуюся на единицу площади, взяв за основу решение для v(x) вида (9).

$$F \approx K_{u} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\theta^{4} k^{2}}{r \lambda^{2} (k^{2} + 1)^{2}} \begin{cases} \sin^{4} \left[ \frac{\theta x}{\sqrt{2r} \lambda \sqrt{k^{2} + 1}}, k \right] k^{2} - \\ - (k^{2} + 1) \sin^{2} \left[ \frac{\theta x}{\sqrt{2r} \lambda \sqrt{k^{2} + 1}}, k \right] + 1 \end{cases} dx$$
(12)

Расчет зависимости величины энергии от полярного угла для  $\lambda = 10^{-9}$  м,  $\theta = 0,1$ ;  $\gamma = 0,01$ ;  $\kappa = 0,95$ , представленный формулой (12), показал, что при увеличении  $\theta$  энергия системы увеличивается, как показано на рис. 5.



*Рис. 5.* Зависимость упругой свободной энергии от полярного угла

Fig. 5. Dependence of elastic free energy on the polar angle

#### Выводы

Солитонная (скорее кинковая) модель, впервые предложенная Накагавой [10], В объясняющая возникновение шевронной структуры и вытекающая из решения нелинейного дифференциального уравнения, является не единственной. В данной работе проведено дальнейшее исследование нелинейного уравнения (3), которое показало, что существуют несколько решений, объясняющих появление шевронов. В качестве второго частного решения, построенного для градиента смещения смектического слоя, можно отметить, что смещение смектического слоя происходит по линейному закону при

движении ОТ центра к подложкам, ограничивающим сегнетоэлектрический жидкий кристалл, где роль коэффициента при х в выражении для *и* играет полярный угол θ. Дополнительный анализ, связанный с поиском аналитических решений нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения, приводит к эллиптическим функциям. Получена формула для смещения смектического слоя, выраженного через эллиптические функции и содержащего произвольный параметр С2, который входит в модули этих эллиптических функций. Показано поведение азимутального угла при формировании шевронов из структуры типа «книжная полка» в планарном представлении смектика SmC\* при перемещении вдоль оси х. Для двух решений построены графики для азимутального угла (рис. 4). Первый совпадает с работой Накагавы [10], второй график показывает периодическое изменение этого угла, представляющего проекцию директора на смектическую плоскость при движении к поверхностям пластин вдоль оси х. Период составил 2,7·10<sup>-7</sup> м.

Была проведена оценка энергии сегнетоэлектрического ЖК исходя ИЗ решения, выраженного через эллиптический синус. Для малых изменений полярного угла рассчитаны энергии смектического ЖК, которые показали тенденцию роста с увеличением полярного угла. Но при больших значениях в система переходила энергетически более устойчивое вновь в состояние, связанное с уменьшением энергии. Полученные результаты могут свидетельствовать о существовании двух устойчивых состояний в рассматриваемом образце.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-32-00043.

#### Список литературы / References

- Чилая Г. С., Чигринов В. Г. Оптика и электрооптика хиральных смектических С жидких кристаллов // Vcnexu физ. наук. 1993. Т. 163, вып. 10. С. 1–28. [Chilaya G.S., Chigrinov. V.G. Optics and electrooptics of chiral smectic C liquid crystals. *Phys.* Usp., 1993, **36** (10), 909–932.
   DOI: 10.1070/PU1993v036n10ABEH002172 ].
- Романов В. П., Ульянов С. В., Черняк К. Г. Бистабильность «шевронного» смектика С\* во внешнем электрическом поле // Физика твердого тела. 2010. Т. 52, вып. 9. С. 1849–1854. [Romanov V.P.,

Ul'yanov S.V., Chernyak K.G. Bistability of a «chevron» smectic C\* liquid crystal in an external electric field. *Phys. Solid State*, 2010, **52** (9), 1985–1991. **DOI**: 10.1134/S1063783410090337].

- 3. Ribotta R., Durand G. Mechanical instabilities of smectic-A liquid crystals under dilative or compressive stresses. *Le Journal de Physique A*, 1977, **38**, 179–204.
- Мигранова Д. Н., Кондратьев Д. В., Мигранов Н. Г. Исследование устойчивости равновесных состояний наноматериалов на основе сегнетоэлектрических жидких кристаллов во внешнем электрическом поле // Жидк. крист. и их практич. использ. 2015. Т. 15, № 3. С. 133–142. [Migranova D.N., Kondratyev D.V., Migranov N.G. Equilibrium states stability investigation of nanomaterials on the bases of ferroelectric liquid crystal in the external electric fields. *Zhidk. krist. ikh* prakt. Ispol'z. = Liq. Cryst. and their Appl., 2015, 15 (3), 125–133. (in Russ.)].
- 5. Мигранова Д. Н., Кондратьев Д. В., Мигранов Н. Г. Метод прямых в решении краевой задачи Пуассона для смектика SmC\* во внешнем электрическом поле // Жидк. крист. и их практич. использ. 2016. Т. 16, № 3. С. 58–68. [Migranova D.N., Kondratyev D.V., Migranov N.G. The method of lines for solving the Poisson boundary problem for smectic SmC\* in an external electric field. Zhidk. krist. ikh prakt. Ispol'z. = Liq. Cryst. and their Appl., 2016, **16** (3), 58–68. (in Russ.)].
- Limat L.A Model of Chevrons in Smectic C\* Liquid Crystals: Uniform and Twisted «Soliton» States. Journal de Physique II, EDP Sciences, 1995, 5 (6), 803–822. DOI: 10.1051/jp2:1995166.
- Diaz A., Mottram N.J., McKay G. Effects of Weak Anchoring on C1 and C2 Chevron Structures. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, 2005, 438, 17/[1581]–25/[1589].
   DOI: 10.1080/15421400590957080.
- Кондратьев Д. В., Мигранов Н. Г. Континуальный подход в теории жидких кристаллов: монография. Уфа: Гилем: Башк. энцикл., 2013. 164 с. [Kondratyev D.V., Migranov N.G. Continual approach to the theory of liquid crystals: monograph. Ufa: Gilem: Bashkir encyclopedia, 2013, 164 p. (in Russ.)].

- Hamaneh M.B., Taylor P.L. Surface Anchoring and Chevron Structure in Ferroelectric Liquid Crystals. *Ferroelectrics Letters Section*, 2004, **31** (3–4), 47– 53. DOI: 10.1080/07315170490480876.
- Nakagawa M. A Soliton Model for the Chevron Layer Structure in SmC\* Liquid Crystals. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.: Incorporating Nonlinear Optics*, 1989, 174 (1), 65–73. DOI: 10.1080/00268948908042695.
- 11. Андреев А. Л., Компанец И. Н. Применения сегнетоэлектрических жидких кристаллов реальные и возможные (обзор) // Жидк. крист. и их практич. использ. 2015. Т. 15, № 3. С. 28–40. [Andreev A.L., Kompanets I.N. Applications of ferroelectric liquid crystals real and possible (review). Zhidk. krist. ikh prakt. ispol'z. = Liq. Cryst. and their Appl., 2015, **15** (3), 28–40 (in Russ.)].
- 12. Чигринов В. Г., Шривастава А. К., Пожидаев Е. П. Сегнетоэлектрические жидкие кристаллы: физика и области применения // Жидк. крист. и их практич. использ. 2016. Т. 16, № 1. С. 9–21. [Chigrinov V.G., Srivastava A.K., Pozhidaev E.P. Ferroelectric liquid crystals: physics and applications. Zhidk. krist. ikh prakt. ispol'z. = Liq. Cryst. and their Appl., 2016, **16** (1), 9–21 (in Russ.). **DOI**: 10.18083/LCAppl.2016.1.9].
- 13. Беляев В. В. Перспективные применения и технологии жидкокристаллических устройств отображения информации и фотоники // Жидк. крист. и их практич. использ. 2015. Т. 15, № 3. С. 7–27. [Belyaev V.V. Promising applications and technologies of liquid crystal displays and photonics devices. Zhidk. krist. ikh prakt. ispol'z. = Liq. Cryst. and their Appl., 2015, **15** (3), 7–27 (in Russ.). **DOI**: 10.18083/LCAppl.2015.3.7].
- Rieker T.P., Clark N.A. Smectic–C «Chevron» a planar liquid–crystal defect : Implications for the surface–stabilized ferroelectric liquid–crystal geometry. *Phys. Rev. A.*, 1988, **37** (3), 1053–1056.

Поступила в редакцию 15.05.2017 г. Received 15 May 2017