

УДК 541. 182. 022: 532. 135

Е. А. Кирсанов, Ю. Н. Тимошин

**НЕНЬЮТОНОВСКОЕ ТЕЧЕНИЕ СТРУКТУРИРОВАННЫХ СИСТЕМ.
XVII. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ**

Московский государственный областной социально-гуманитарный институт,
ул. Зеленая, д. 30, 140411 Коломна, Московская область, Россия
E-mail: Kirsanov47@mail.ru

Рассмотрены принципы построения реологических моделей. Представлены основные реологические уравнения, полученные в рамках структурной модели и в рамках механики сплошных сред. Возможность применения структурной реологической модели показана для расплава полиэтилена высокой плотности и расплава полиэтилена низкой плотности. Сдвиговая вязкость, модуль упругости и модуль вязкости описываются уравнениями структурной реологической модели. Необходимо учитывать существование различного реологического поведения в районах высоких и низких скоростей сдвига (или высоких и низких частот колебаний).

Ключевые слова: реологические модели, структурная реологическая модель, сдвиговая вязкость, модуль упругости, модуль вязкости, полимеры.

DOI: 10.18083/LCAppl.2016.2.90

Е. А. Kirsanov, Yu. N. Timoshin

**NON-NEWTONIAN FLOW OF STRUCTURED SYSTEMS.
XVII. RHEOLOGICAL MODELS**

Moscow Region State Institute of Humanities and Social Studies,
30 Zelyonaya St., Kolomna, Moscow Region, 140411, Russia. E-mail: Kirsanov47@mail.ru

Principles of construction of rheological models are considered. Basic rheological equations obtained in the framework of the structural model and within the continuum mechanics are presented. Possibility of application of the structural rheological model is shown for high density of polyethylene melt and low density of polyethylene melt. Shear viscosity, elastic modulus and viscous modulus are described by the equations of the structural rheological model. It is necessary to take into account the existence of different rheological behavior in the regions of high and low shear rates (or high and low oscillatory frequencies).

Key words: rheological models, structural rheological model, shear viscosity, elastic modulus, viscous modulus, polymers.

1. Реологические модели полимерных систем

М. Рейнер [1] в 1947 г. сформулировал две задачи, стоящие перед микрореологией. Первая – исходя из экспериментальной реологической кривой, вывести заключение о структуре вещества (что он назвал структурным анализом). Вторая – объяснить реологическое поведение сложного вещества, зная реологические свойства составляющих (что он назвал теорией структуры). Собственно, первое является так называемой обратной задачей, когда определяются коэффициенты некоторой функциональной зависимости, которые отвечают некоторым структурным и физико-химическим характеристикам системы. Выбор адекватного реологического уравнения как раз является решением обратной задачи.

Вторая задача является прямой и должна описать реологические данные через заданные параметры системы. Примером решения такой задачи будет уравнение Эйнштейна для вязкости предельно разбавленной суспензии (что Рейнер называет строгой структурной теорией).

Представляется, что эти рассуждения имеют не только исторический интерес, поскольку отражают два существующих подхода к описанию течения сложных жидкостей. Такое описание производится с помощью микрореологических моделей.

Рейнер [1] сообщает, что в теории моделей заменяют систему с неизвестной структурой моделью, предполагая, что она должна вести себя аналогично реальной структуре. Модель состоит из элементов, которые, конечно, не содержатся в реальном веществе, а именно, из пружин, поршней, блоков и т. п.

Ближе к реальности находятся модели, состоящие из дублетов шаров (Кригер, Догерти [2]), гибких цепочек связанных частиц (Кросс [3]), длинных цилиндров (Кэссон [4]), находящихся в вязкой среде. Все эти модели можно считать структурными, поскольку изменение вязкости прямо связано с изменением структуры вещества.

Продолжим исторический обзор, следуя книге К. С. Рамаяя [5]. В ней, в частности, поставлен вопрос о связи между пластичным течением с предельным напряжением сдвига и псевдопластичным течением с предельной нулевой вязкостью. Указано, что Бингам определяет «пластичность как свойство твердых тел, благодаря которому они под влиянием небольших напряжений сдвига

сохраняют свою форму неизменной, но при возрастании этих напряжений выше определенной критической величины необратимо деформируются или поддаются обработке». В пластичном теле часть напряжения сдвига расходуется на преодоление «трения» материала: $\dot{\gamma} = \frac{1}{\eta}(\tau - \tau_s)$.

«Трение» τ_s следует понимать (по Бингаму) как трение между суспендированными частицами при непосредственном соприкосновении их и относительном скольжении. Тела, реологическое поведение которых приближается к поведению, предусмотренному этим уравнением, называются вязкопластичными. Трение частиц рассматривается как возникновение и разрушение мостиков или связей между частицами. Основная разница между псевдопластичным и пластичным течением заключается в том, что в псевдопластичном течении отсутствует реальное предельное напряжение сдвига τ_s .

При псевдопластичном течении согласно некоторым авторам часть мощности, необходимая для поддержания данной скорости потока, расходуется на преодоление вязкого сопротивления, а остальная часть на деформацию или разрушение (дефлокуляцию) структуры дисперсной фазы.

Разложение общей мощности на мощности, затраченные на вязкое и пластичное течения, дает уравнение для напряжения сдвига

$$\tau = \frac{\tau_0 \dot{\gamma}}{\alpha + \dot{\gamma}} + \eta_\infty \dot{\gamma}, \quad \tau = \frac{\tau_0}{1 + \alpha / \dot{\gamma}} + \eta_\infty \dot{\gamma},$$

$$\eta = \frac{\tau_0}{\alpha + \dot{\gamma}} + \eta_\infty. \quad (1)$$

Далее отмечено [5], что основное положение Бингама о предельном напряжении сдвига и пластичности как факторах, вызывающих аномальное неньютоновское течение в дисперсных системах, оспаривалось рядом исследователей. Многие аномальные системы не показывают реальное предельное напряжение сдвига, демонстрируя псевдопластичное течение.

Сразу отметим, что уравнение (1) совпадает по форме с полученным позднее уравнением Вильямсона – Джиллеспи [6]. Предложенная нами [7] обобщенная модель течения приводит к уравнению, которое отличается от уравнения (1) только наличием степени 1/2 у измеряемых реологических величин:

$$\tau^{1/2} = \frac{\tau_c^{1/2}}{\dot{\gamma}^{1/2} + \chi} \dot{\gamma}^{1/2} + \eta_c^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2}. \quad (2)$$

Кроме того, в предложенной нами структурной реологической модели потери на разрушение структуры в ходе стационарного течения пренебрежимо малы и потери энергии приходятся на обтекание агрегатов частиц (первое слагаемое) и на обтекание отдельных частиц (второе слагаемое).

Большинство исследователей используют для аппроксимации реологических данных уравнение Карро – Яшида [8, 9], по форме сходное с уравнением (1):

$$\eta = \tau_y / (\dot{\gamma}^n + \chi)^m + \eta_\infty, \quad (3)$$

где n и m – подгоночные коэффициенты (для своей модели Карро первоначально выбрал $n = 2$). Это уравнение широко используется для анализа кривых течения дисперсных и полимерных систем, но, насколько нам известно, без пояснения физического смысла коэффициентов. Легко видеть, что оно превращается в уравнение Кросса при $m = 1$, в уравнение Джиллеспы при $m = n = 1$.

К. С. Рамайя [5] сообщает, что ряд ученых рассматривает аномальное течение жидкостей как результат упругого сдвига. Те жидкости, в которых упругость сдвига становится измеримой величиной, получили название упругих жидкостей. Представление об упругости сдвига в жидкостях и применение модуля сдвига жидкостей как параметра, характеризующего аномальное неньютоновское течение структурированных жидкостей, представляют собой (по мнению К. С. Рамайя) чисто формальный подход к вопросу, который имеет весьма сложный физический характер.

Действительно, подход, разработанный Максвеллом еще в XIX в., предлагает моделировать поведение реальной вязкоупругой жидкости механической системой пружин и демпферов (элементов Гука и Ньютона), в которой напряжения и деформации рассчитываются по определенным правилам [8–12].

В общем, часть работы внешних сил затрачивается на увеличение упругой энергии (моделью идеальной упругой системы является пружина), а часть – рассеивается в результате вязкого трения (моделью идеальной вязкой системы является демпфер). Известная модель жидкости Максвелла представляет собой последовательное соединение пружины и демпфера [8]. Напряжения сдвига в

обоих элементах одинаковы, а деформации и скорости деформации аддитивны:

$$\tau = \tau_{\text{упр}} = \tau_{\text{вяз}}; \quad \gamma = \gamma_{\text{упр}} + \gamma_{\text{вяз}}; \quad \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_{\text{упр}} + \dot{\gamma}_{\text{вяз}}. \quad (4)$$

Для отдельных элементов справедливы соотношения:

$$\tau_{\text{упр}} = G\gamma; \quad \tau_{\text{вяз}} = \eta\dot{\gamma}. \quad (5)$$

После их подстановки в уравнения (4), получим

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{G} + \frac{\tau}{\eta}. \quad (6)$$

Это простое дифференциальное уравнение позволяет рассчитать зависимость напряжения от времени при быстром увеличении деформации и ее фиксации ($\dot{\gamma} = \text{const}$, $\dot{\gamma} = 0$).

В результате интегрирования уравнения

$$\int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\tau}{\tau} = - \int_0^t \frac{G}{\eta} dt \quad \text{получим выражение}$$

$$\tau = \tau_0 e^{-\frac{t}{\eta/G}}. \quad (7)$$

Здесь время релаксации напряжения сдвига равно $\lambda = \eta/G$.

При постоянном напряжении $\tau = \tau_0$ из уравнения

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_0}{G} + \int_0^t \frac{\tau_0}{\eta} dt \quad \text{получим}$$

$$\gamma(t) = \frac{\tau_0}{\eta} t + \frac{\tau_0}{G}. \quad (8)$$

Модель Максвелла можно использовать для анализа динамических измерений: деформация задается в комплексном виде $\gamma(t) = \gamma_0 e^{i\omega t}$; скорость деформации $\dot{\gamma}(t) = i\omega\gamma_0 e^{i\omega t} = i\omega\gamma(t)$; напряжение $\tau(t) = \tau_0 e^{i(\omega t + \delta)}$; скорость изменения напряжения $\dot{\tau}(t) = i\omega\tau_0 e^{i(\omega t + \delta)}$. После подстановки в уравнение состояния (6) получим $i\omega\tau_0 = \frac{i\omega\tau_0 e^{i\delta}}{G} + \frac{\tau_0 e^{i\delta}}{\eta}$.

Комплексный модуль сдвига равен $G^* = \tau^*/\gamma^* = (\tau_0/\gamma_0) e^{i\delta}$, отсюда

$$\frac{G^*}{G} = \frac{i\omega\eta/G}{i\omega\eta/G + 1} = \frac{i\omega\lambda}{i\omega\lambda + 1}. \quad \text{Умножая числитель и знаменатель на } (1 - i\omega\lambda), \quad \text{получим}$$

$$\frac{G^*}{G} = \frac{i\omega\lambda + (\omega\lambda)^2}{1 + (\omega\lambda)^2}. \quad \text{Учитывая, что } G^* = G' + iG'',$$

получим

$$G' = \frac{G(\omega\lambda)^2}{1+(\omega\lambda)^2}, \quad G'' = \frac{G\omega\lambda}{1+(\omega\lambda)^2}. \quad (9)$$

Для расчета зависимости $\tau(t)$ уравнение (6) интегрируется дважды [11]:

$$\tau(t) = - \int_{-\infty}^t \frac{G}{\lambda} e^{-(t-t')/\lambda} \gamma(t, t') dt', \quad (10)$$

здесь $\gamma(t, t')$ задает последнюю деформацию вещества, определенную в интервале между t и t' . Уравнение (10) линейно по отношению к деформации сдвига и поэтому не может объяснить явление сдвигового разжижения. Для учета нелинейности вводят в уравнение (10) функцию затухания, например, вида $h(\gamma) = e^{-k|\gamma(t, t')|}$.

Интегральное уравнение приобретает вид

$$\tau(t) = - \int_{-\infty}^t \frac{G}{\lambda} e^{-(t-t')/\lambda} e^{-k|\gamma(t, t')|} \gamma(t, t') dt'. \quad (11)$$

Если $k = 0$, то вещество ведет себя как ньютоновская жидкость.

В этом уравнении зависимость от деформации γ содержится в функции затухания $h(\gamma)$, а зависимость от времени t содержится в функции памяти $m(t-t') = \frac{G}{\lambda} e^{-(t-t')/\lambda}$. Для расчета стационарного

сдвигового течения задают деформацию $\gamma(t, t')$ в виде $\gamma(t, t') = -\dot{\gamma}_0(t-t')$, где $\dot{\gamma}_0$ – скорость сдвига при стационарном течении. Подстановка в (11) приводит к аналитическому выражению [11]

$$\tau(\dot{\gamma}_0) = \frac{\eta \dot{\gamma}_0}{(1+k\lambda\dot{\gamma}_0)^2}. \quad (12)$$

Важно отметить появление в этих уравнениях квадратичной зависимости. Кроме того, соотношения (9, 12) плохо описывают экспериментальные результаты сдвигового течения и динамических измерений. Поэтому вводят серию элементов Максвелла с набором параметров (G_i, λ_i) , что позволяет аппроксимировать достаточно сложные реологические кривые.

Легко видеть, что уравнения вязкоупругого течения имеют смысл только при наличии константы упругости G_i и времени релаксации λ_i .

Другие теории имеют сходный характер, их объединяет понятие релаксационного спектра [10].

В этом случае модуль упругости и модуль вязкости имеют вид:

$$G'(\omega) = \int_0^{\infty} G(\lambda) \frac{(\omega\lambda)^2}{1+(\omega\lambda)^2} d\lambda; \quad (13)$$

$$G''(\omega) = \int_0^{\infty} G(\lambda) \frac{(\omega\lambda)}{1+(\omega\lambda)^2} d\lambda;$$

$$G'(\omega) = \sum_{i=1}^N G_i \frac{(\omega\lambda_i)^2}{1+(\omega\lambda_i)^2}; \quad G''(\omega) = \sum_{i=1}^N G_i \frac{(\omega\lambda_i)}{1+(\omega\lambda_i)^2}. \quad (14)$$

Функция $G(\lambda)$ представляет собой сплошной релаксационный спектр. Набор констант упругости и времен релаксации $(G_i; \lambda_i)$ определяет дискретный релаксационный спектр.

В одномерной К-ВКЗ модели [10] используются уравнения (14) и следующее уравнение для напряжения сдвига:

$$\tau(t) = - \int_{-\infty}^t m(t-t') h \gamma(t') dt', \quad (15)$$

где функция памяти имеет вид

$$m(t-t') = \sum_i^N \frac{G_i}{\lambda_i} \exp\left(-\frac{t-t'}{\lambda_i}\right), \quad h - \text{функция затухания.}$$

Для стационарного сдвигового течения также получены [12] уравнения

$$\eta(\dot{\gamma}) = \sum_i \frac{G_i \lambda_i}{(1+k\lambda_i \dot{\gamma})^2}, \quad (16)$$

$$N_1(\dot{\gamma}) = 2\dot{\gamma}^2 \sum_i \frac{G_i \lambda_i^2}{(1+k\lambda_i \dot{\gamma})^3}. \quad (17)$$

В настоящее время для описания сдвигового течения полимерных систем обычно используют степенное уравнение Карро – Яшида и его варианты, причем смысл коэффициентов реологического уравнения не раскрывается.

Интерпретация результатов динамических измерений часто производится с помощью моделей, использующих дискретный релаксационный спектр, например расширенной модели Максвелла (уравнения 14). Затем полученный релаксационный спектр используют для аппроксимации кривых сдвигового течения (уравнения 16 и 17). Также используют более сложные сочетания механических элементов (модели Кельвина – Фойхта и Бюргера).

В представленной работе покажем возможности применения структурной реологической модели для интерпретации реологического поведения

некоторых полимерных систем, которые обычно описываются с помощью моделей с релаксационным спектром.

2. Аппроксимация реологических данных

Чтобы сравнить возможности структурной реологической модели и общепринятых моделей теоретической реологии, рассмотрим реологическое поведение некоторых типичных расплавов полимеров [10]. В рамках К-ВКЗ модели [10] кривая вязкости и зависимости модулей упругости и вязкости от частоты описываются с помощью одного дискретно-

го релаксационного спектра, имеющего 8 мод, и двух дополнительных коэффициентов (табл. 1 в работе [10]). Таким образом, используются 18 подгоночных коэффициентов, что позволяет с хорошей точностью описывать экспериментальные данные на всем интервале измерений.

В рамках структурной реологической модели допускается разбиение полных реологических кривых на участки с различными реологическими режимами. На рисунке 1 показано реологическое поведение расплава полиэтилена высокой плотности (HDPE).

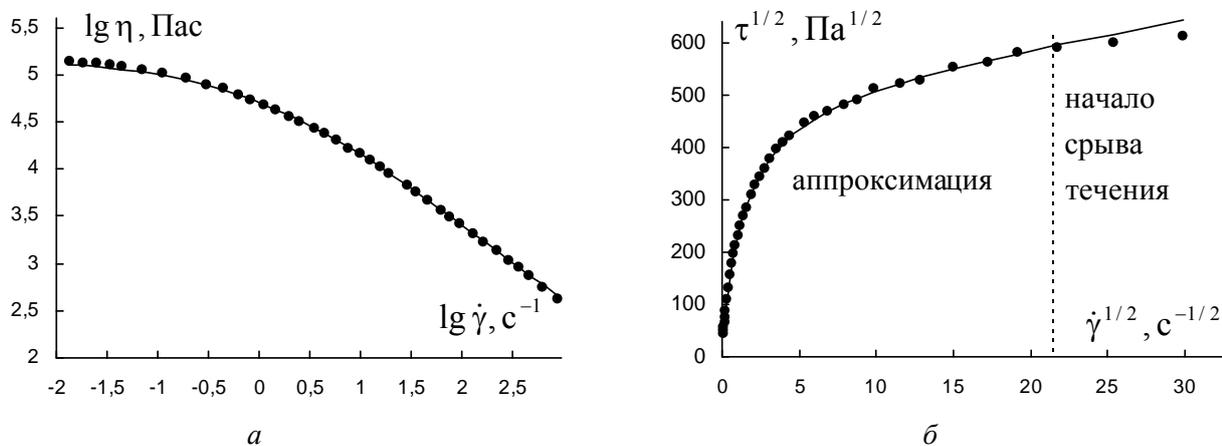


Рис. 1. Кривые течения расплава полиэтилена высокой плотности (HDPE), представленные в двойных логарифмических координатах (а) и в корневых координатах (б). Экспериментальные данные из работы [10]. Сплошные линии построены с помощью обобщенного уравнения течения с коэффициентами в табл. 1. Указаны район аппроксимации и район начала срыва течения

Кривая вязкости хорошо аппроксимируется трехпараметрическим обобщенным уравнением течения (2), за исключением небольшого участка высоких скоростей сдвига, где начинается переход к состоянию срыва течения. Срыв течения (скачкообразное увеличение скорости сдвига) часто

наблюдается при высоких скоростях сдвига в растворах и расплавах полимеров, приближенно выражается уравнением $\eta = \tau_{St} / \dot{\gamma}$, $\tau_{St} = \text{const}$. Коэффициенты реологического уравнения указаны в табл. 1.

Таблица 1. Коэффициенты обобщенного уравнения течения расплавов полиэтилена HDPE (190 °С) и LDPE (160 °С). Единицы измерения – в системе СИ

Расплав полимера	$\tau_c^{1/2}$	$\eta_c^{1/2}$	χ	$\eta^{1/2}(0)$
Полиэтилен HDPE	519,8	4,85	1,36	388,1
Полиэтилен LDPE, низкие скорости	70,5	61,5	0,195	424,1
Полиэтилен LDPE, высокие скорости	287,8	5,71	1,71	174,3

В структурной модели течения уравнения для модулей вязкости и упругости имеют следующий вид:

$$G''^{1/2} = \frac{g' \omega^{1/2}}{\omega^{1/2} + \chi'} + \eta_{\infty}'^{1/2} \omega^{1/2}; \quad (18)$$

$$G'^{1/2} = \frac{g'' \omega^{1/2}}{\omega^{1/2} + \chi''} + \eta_{\infty}''^{1/2} \omega^{1/2}. \quad (19)$$

Все буквенные обозначения в формулах, кроме G и ω , – постоянные коэффициенты. Результаты аппроксимации этими уравнениями показаны на рис. 2, коэффициенты уравнений приведены в табл. 2.

На рисунке 2, а можно выделить два интервала частот ω : на интервале (II) зависимость $G'(\omega)$ описывается уравнением (19); на интервале (I) наблюдается снижение экспериментальных точек

по отношению к расчетной кривой с наблюдаемой на графике тенденцией к зависимости $G' \sim \omega^2$. Зависимость $G''(\omega)$ описывается уравнением (18) вплоть до начала срыва течения, обозначенного стрелкой на графике. Такого рода поведение модуля вязкости $G''(\omega)$ наблюдается и в других расплавах и растворах полимеров. При низких частотах имеется тенденция к линейной зависимости $G'' \sim \omega$.

Остановимся более детально на поведении модуля упругости $G'(\omega)$. На интервале частот выше $0,3 \text{ с}^{-1}$ справедливо уравнение (19), что показано на рис. 2, б. На интервале низких частот ω зависимость $G'(\omega)$ можно представить прямолинейной зависимостью как в линейных координатах (рис. 2, в), так и в корневых координатах (рис. 2, з).

Таблица 2. Реологические характеристики расплавов полиэтилена HDPE и LDPE для кривых течения и кривых упругости (единицы измерения в системе СИ)

Расплав полимера	вязкость G'', η'			Упругость G', η''		
	g'	$\eta_{\infty}'^{1/2}$	χ'	g''	$\eta_{\infty}''^{1/2}$	χ''
Полиэтилен HDPE 190 °C	346,0	0,789	0,759	574,9	1,63	2,25
Полиэтилен LDPE, 160 °C низкие скорости	77,3	34,1	0,205	112,9	4,43	0,534
Полиэтилен LDPE, 160 °C высокие скорости	228,1	2,83	1,63	295,9	4,42	2,51

Таким образом, квадратичная зависимость вида $G' \sim \omega^2$ при низких частотах является артефактом. По величине коэффициента детерминации R^2 , который показывает величину достоверности аппроксимации (рис. 2, в, з), можно выбрать эмпирическую формулу для описания участка низких частот сдвиговых колебаний в виде:

$$G'^{1/2} = g_0''(\omega^{1/2} - \omega_0^{1/2}). \quad (20)$$

Реологическое поведение полиэтилена низкой плотности (LDPE) имеет более сложный вид (рис. 3).

Кривая вязкости $\eta(\dot{\gamma})$ может быть аппроксимирована трехпараметрическим обобщенным уравнением течения (2) только при условии разделения полной кривой вязкости на две части (рис. 3, а). Коэффициенты реологического уравнения представлены в табл. 1.

Подобное разделение полной кривой вязкости на две части также обнаружено в концентрированных эмульсиях, растворах полимеров, причем величина коэффициента χ всегда много меньше для участка низких скоростей сдвига, что указывает на большее значение структурной части вязкости.

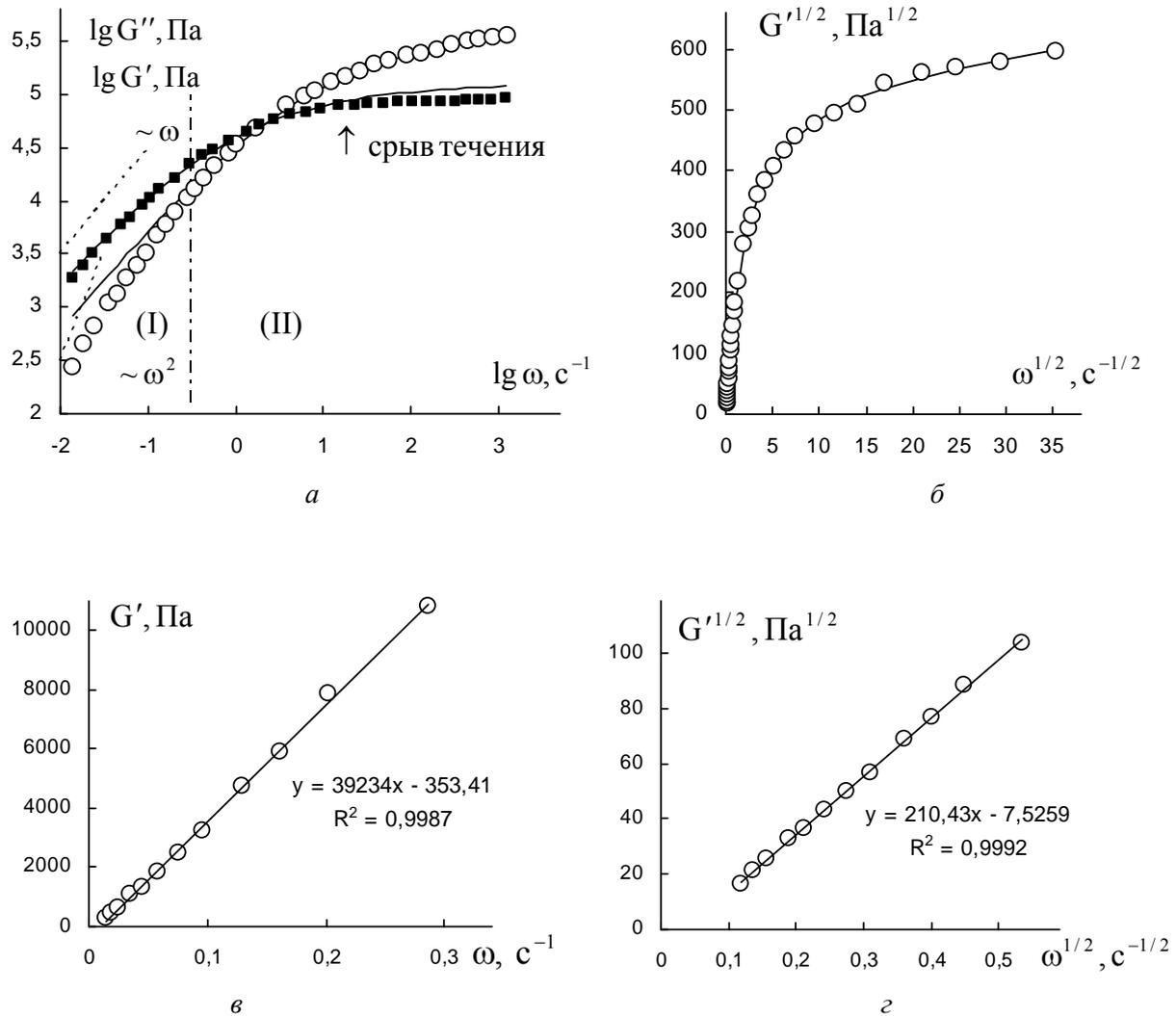


Рис. 2. Реологическое поведение расплава полиэтилена высокой плотности (HDPE):

a – зависимости модуля вязкости (квадраты) и модуля упругости (кружки) от циклической частоты сдвиговых колебаний в двойных логарифмических координатах; $б$ – зависимость модуля упругости (кружки) от циклической частоты в корневых координатах; $в$ – зависимость модуля упругости (кружки) от циклической частоты на участке низких скоростей сдвига в линейных координатах; $г$ – зависимость модуля упругости (кружки) от циклической частоты на участке низких скоростей сдвига в корневых координатах. Пунктирные линии соответствуют линейной и квадратичной зависимости измеренной величины от частоты колебаний. Данные из работы [10]

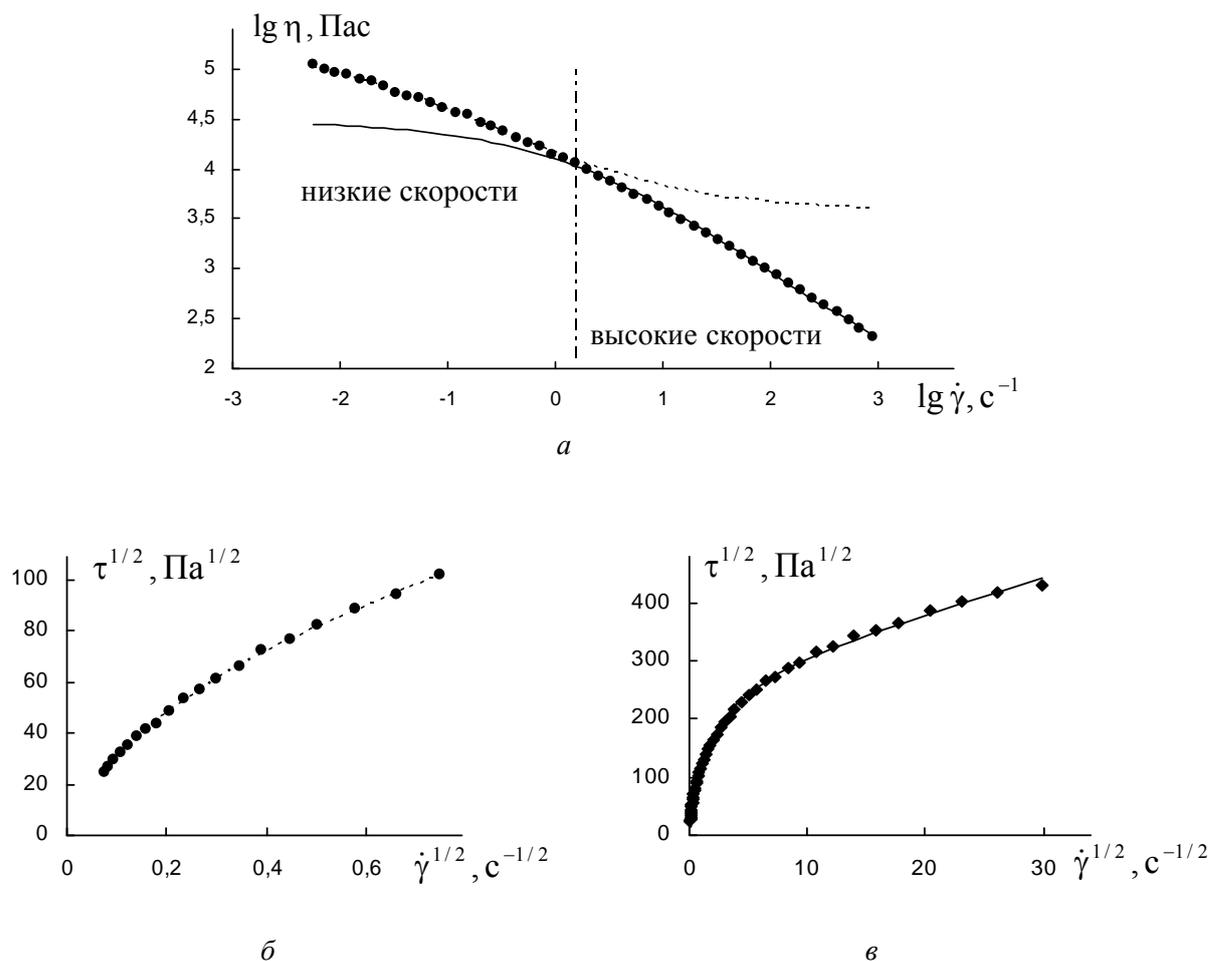


Рис. 3. Кривые течения расплава полиэтилена низкой плотности (LDPE), представленные в двойных логарифмических координатах (а) и в корневых координатах (б) и (в). Экспериментальные данные взяты из работы [10]. Линии построены с помощью обобщённого уравнения течения с коэффициентами из табл. 1 (сплошная линия используется для высоких скоростей сдвига, пунктирная линия – для низких скоростей)

Результаты динамических измерений также показывают разделение полных кривых на участки низких и высоких частот (рис. 4, а). На каждом из этих участков экспериментальные данные описываются уравнениями (18) и (19), что показано на рис. 4, б, в. Коэффициенты уравнений приведены в табл. 2.

Таким образом, реологическое поведение некоторых расплавов полимеров при сдвиговом течении и при сдвиговых колебаниях может быть описано с помощью структурной реологической модели при существенно меньшем количестве подгоночных коэффициентов и с помощью простой процедуры аппроксимации в пакете *Excel*.

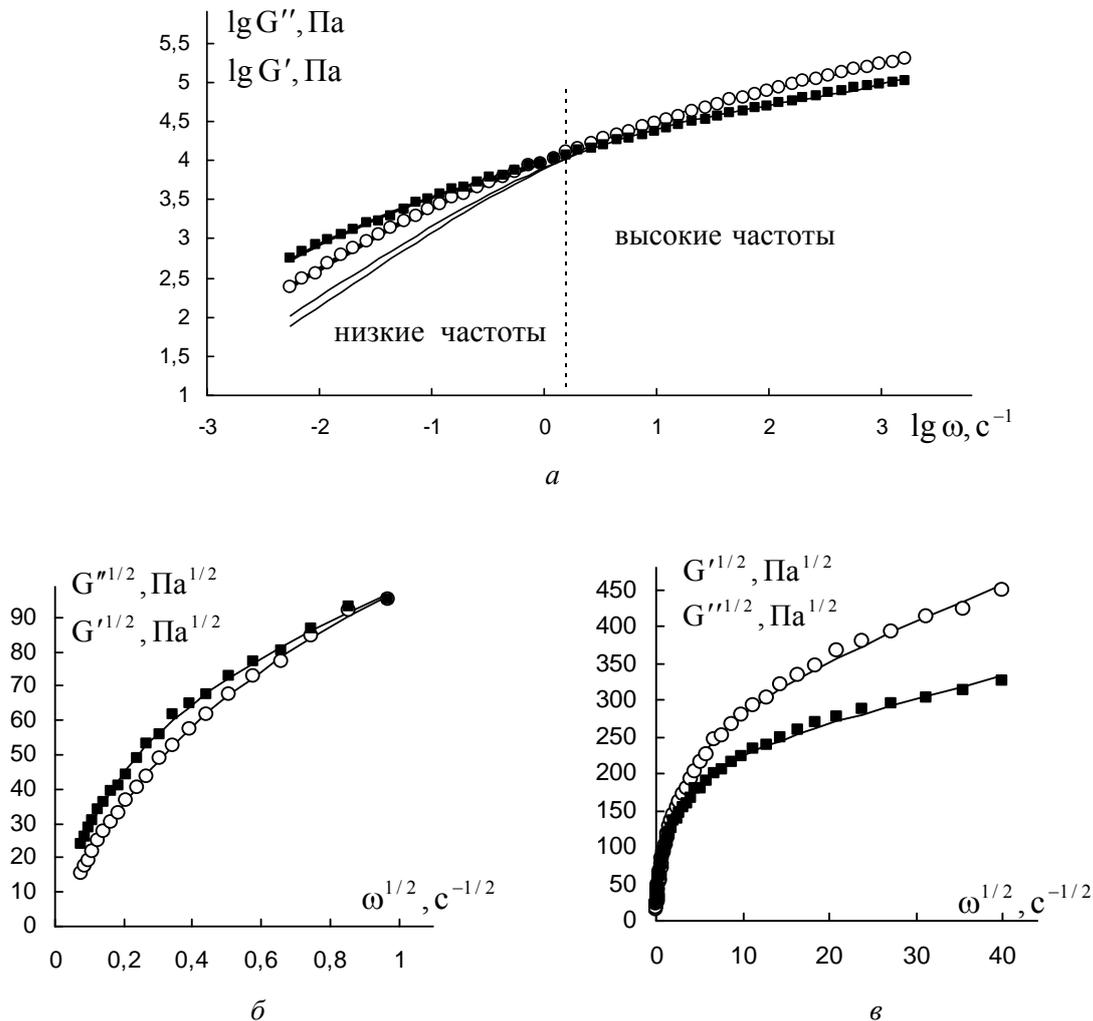


Рис. 4. Реологическое поведение расплава полиэтилена низкой плотности (LDPE):

a – зависимости модуля вязкости (квадраты) и модуля упругости (кружки) от циклической частоты сдвиговых колебаний в двойных логарифмических координатах; b – зависимость модуля упругости (кружки) и модуля вязкости (квадраты) от циклической частоты в корневых координатах на участке низких частот; v – зависимость модуля упругости (кружки) и модуля вязкости (квадраты) от частоты в корневых координатах на участке высоких частот. Данные из работы [10]

Список литературы / References

1. Рейнер М. Десять лекций по теоретической реологии : пер. с англ. / под ред. М. П. Воларовича. М. ; Л. : ОГИЗ, 1947. 134 с. [Reiner M. Twelve lectures on theoretical rheology. Nord Holland Publ. Co, Amsterdam, 1949].
2. Krieger I.M., Dougherty T.J. A mechanism for Non – Newtonian Flow in suspensions of rigid spheres. *Trans. Soc. Rheol.* 1959, 3, 137–152.
3. Cross M. Rheology of Non-Newtonian fluids: a new flow equation for pseudoplastic systems. *J. Colloid Sci.* 1965, 20, 417–437.
4. Casson N. A flow equation for pigment-oil suspensions of the printing ink type. *Rheology of disperse systems*. Ed. by C. C. Mill. London : Pergamon Press, 1959, 84–104.
5. Рамайя К. С. Аномалия вязкости масел и ее влияние на трение в машинах. М. : Машгиз, 1949. 124 с. [Ramayya K.S. Oil Viscosity anomaly and its effect on friction machines. Moscow : Mashgiz, 1949, 124 p. (in Russ.)].
6. Gillespie T. An extension of Godeve's impulse theory of viscosity to pseudoplastic systems. *J. Colloid Sci.* 1960, 15, 219–231.

-
-
7. Кирсанов Е. А. Течение дисперсных и жидкокристаллических систем / под ред. Н. В. Усольцевой. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2006. 232 с. [Kirsanov E.A. Flow of disperse and liquid crystal systems. Ed. by N.V. Usol'tseva. Ivanovo : IvSU, 2006, 232 p. (in Russ.)].
 8. Шрамм Г. Основы практической реологии и реометрии : пер. с англ. / под ред. В. Г. Куличихина. М. : КолосС, 2003. 312 с. [Schramm G. A practical approach to rheology and rheometry. Gebrueder HA-АКЕ GmbH, Karlsruhe, Federal Republic of Germany, 1994, 290 p.].
 9. Малкин А. Я., Исаев А. И. Реология: концепции, методы, приложения : пер. с англ. СПб. : Профессия, 2007. 560 с. [Malkin A.Ya., Isayev A.I. Rheology: conceptions, methods, applications. ChemTec Publishing, Toronto, Canada, 2005, 510 p.].
 10. Mitsoulis E. 50 Years of the K-BKZ constitutive relations for polymers. *ISRN Polymer Science*. 2013, **2013**, article 1D 952379, 1–22.
DOI: 10.1155/2013/952379.
 11. Mackley M.R., Marshall R.T., Smeulders J., Zhao F.D. The rheological characterization of polymeric and colloidal fluids. *Chem. Eng. Sci.* 1994, **49**, 2551–2565.
 12. Liang R.F., Mackley M.R. Rheological characterization of the time and strain dependence for polyisobutylene solutions. *J. non-Newtonian Fluid Mech.* 1994, **52**, 387–405.

Поступила в редакцию 2.09.2015 г.
Received 2 September, 2015