

УДК 541. 182. 022: 532. 135

Е. А. Кирсанов, Ю. Н. Тимошин

**НЕНЬЮТОНОВСКОЕ ТЕЧЕНИЕ СТРУКТУРИРОВАННЫХ СИСТЕМ.
XX. ВЯЗКОСТЬ ПОЛИМЕРНЫХ РАСТВОРОВ**

Государственный социально-гуманитарный университет,
ул. Зелёная, д. 30, 140411 Коломна, Московская область, Россия.
E-mail: Kirsanov47@mail.ru

Рассмотрены кривые вязкости и кривые течения полимерных растворов (ксантан, нитроцеллюлоза, λ -каррагинан, натрий карбоксиметилцеллюлоза, полиакриламид). Показано, что для некоторых полимерных растворов обобщенное уравнение течения справедливо в широком интервале скоростей сдвига (до семи порядков величины), при очень низких скоростях сдвига (до 10^{-4} c^{-1}). Показано, что два режима течения могут сосуществовать на широком интервале скоростей сдвига. Установлено, что коэффициент агрегации $\tau_c^{1/2}$ практически не зависит от температуры, коэффициент вязкости Кэссона $\eta_c^{1/2}$ уменьшается, коэффициент компактности χ увеличивается с ростом температуры. Эти результаты согласуются с выводами структурной реологической модели.

Ключевые слова: полимерные растворы, структурная реологическая модель, режимы течения, коэффициенты обобщенного уравнения течения.

DOI: 10.18083/LCAppl.2016.4.69

Е. А. Kirsanov, Yu. N. Timoshin

**NON-NEWTONIAN FLOW OF STRUCTURED SYSTEMS.
XX. THE VISCOSITY OF POLYMER SOLUTIONS**

State University of Humanities and Social Studies,
30 Zelyonaya St., Kolomna, 140411, Moscow Region, Russia
E-mail: Kirsanov47@mail.ru

Curves of viscosity and curves of polymer solutions' flow (xanthan, nitrocellulose, λ -carrageenan, sodium carboxymethylcellulose, polyacrylamide) are considered. The article show that for some polymer solutions generalized flow equation is valid in a wide interval of shear rates (up to seven orders of magnitude), at very low shear rates (up to 10^{-4} s^{-1}). It is shown that two regimes of flow can to be coexisted on a wide range of shear rate. It was found that the coefficient of aggregation $\tau_c^{1/2}$ is almost independent of the temperature, the coefficient of viscosity of Casson $\eta_c^{1/2}$ is reduced, and coefficient of compactness χ increases with increasing of temperature. These results are consistent with the conclusions of the structural rheological model.

Key words: polymer solutions, structural rheological model, flow regimes, the coefficients of generalized flow equation.

1. Структура и вязкость полимерных растворов

Реология растворов и расплавов полимеров обычно рассматривается отдельно от реологии суспензий, хотя в большинстве случаев используются одни и те же реологические уравнения [1, 2]. Принципиальное отличие растворов макромолекул от суспензий твердых частиц состоит в появлении значительных упругих свойств. С другой стороны, отдельные макромолекулы и их сегменты подвержены броуновскому движению, что в итоге придает гибким молекулам вид сферических глобул в некоторой степени, подобных частицам. Обычно считают, что сдвиговое течение воздействует на сферические статистические клубки, превращая их в эллипсоиды. Кроме того, при столкновениях клубки частично пересекаются и возникают молекулярные зацепления. В результате могут образовываться группировки или ассоциаты макромолекул, двигающиеся некоторое время как единое целое.

Жесткие макромолекулы обычно моделируются стержнями. При высоких скоростях сдвига вязкость систем стержнеобразных макромолекул уменьшается, что обычно связывают с ориентацией стержней вдоль течения.

Эти известные сведения о поведении растворов полимеров позволяют нам представить макромолекулу как частицу, совокупность сцепленных макромолекул как агрегат или ассоциат макромолекул и раствор макромолекул как некую дисперсную систему.

Применение обобщенной модели течения допустимо в том случае, если макромолекулы ведут себя в потоке подобно частицам, т. е., способны объединяться на некоторое время в группы и двигаться при этом как единое целое. Группировки (ассоциаты) макромолекул не должны существенно менять свою структуру в процессе течения, но при увеличении скорости течения размеры таких группировок должны уменьшаться. Единственным источником диссипации энергии является обтекание единиц течения сплошной вязкой дисперсионной средой.

Наиболее простым объектом исследования становятся тогда жесткоцепные полимеры. Молекулы-стержни способны объединяться в группировки за счет броуновского движения и столкновений при сдвиговом течении. Вязкие силы Стокса способны ориентировать макромолекулы или их группировки и в определенных условиях приво-

дить к разрушению больших группировок (ассоциатов макромолекул). Предельным случаем группировки макромолекул будет сплошная сетка, соответствующая состоянию геля. С определенным приближением такой подход можно применить к макромолекулам с гибкими цепями, где сдвиговое течение воздействует на совокупность сегментов макромолекулы.

2. Кривые течения и кривые вязкости

Реологические кривые разнообразных полимерных растворов демонстрируют большое сходство между собой и хорошо описываются в рамках структурной реологической модели [3]. Представляет интерес реологическое поведение растворов полимеров в некоторых частных случаях. Например, может ли обобщенное уравнение течения (ОУТ) полностью описать большой интервал скоростей сдвига (например, 5 и более порядков величины)? Работает ли реологическая модель при очень низких скоростях сдвига (до 10^{-4} с^{-1})? Каковы возможности аппроксимации при очень высоких скоростях (до 10^6 с^{-1})? Существуют ли общие правила изменения коэффициентов обобщенного уравнения течения (ОУТ) при изменении концентрации и температуры?

На рис. 1 представлены реологические характеристики водного раствора полиакриламида [4] на интервале скоростей от $10^{-2,5}$ до $10^{2,5} \text{ с}^{-1}$.

Начиная со скорости $0,01 \text{ с}^{-1}$ экспериментальные данные аппроксимируются обобщенным уравнением течения (ОУТ)

$$\tau^{1/2} = \frac{\tau_c^{1/2}}{\dot{\gamma}^{1/2} + \chi} \dot{\gamma}^{1/2} + \eta_c^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2},$$

причем выше скорости 100 с^{-1} на графике визуально наблюдается «прямая Кэссона». В то же время в двойных логарифмических координатах можно приближенно описать степенной зависимостью данные выше скорости сдвига $1,5 \text{ с}^{-1}$. Экспериментальные точки также совмещаются с теоретической кривой при использовании уравнения Карро – Яшида.

Поскольку весь интервал скоростей сдвига хорошо описывается структурной реологической моделью (обобщенным уравнением течения), то нет необходимости использовать эмпирические уравнения с подгоночными коэффициентами, не имеющими ясного физического смысла.

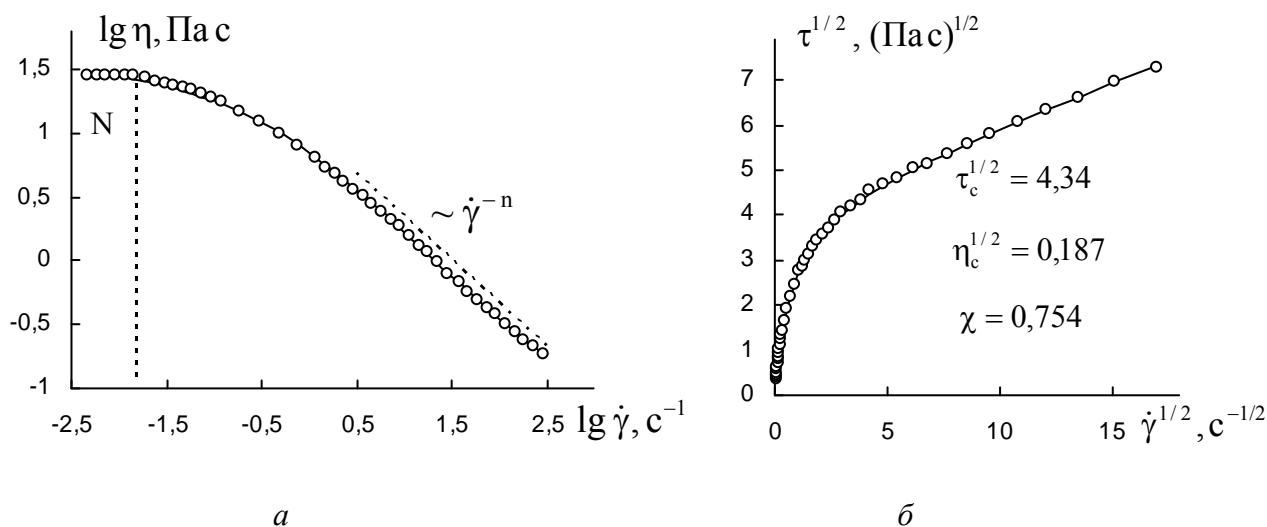


Рис. 1. Реологические характеристики раствора 1,62 %-го полиакриламида в воде (*Separan AP30*):
 а – кривая вязкости в двойных логарифмических координатах;
 б – кривая течения в корневых координатах. Показаны коэффициенты ОУТ, возможный участок ньютоновского течения и интервал степенного закона. Данные из работы [4]

Водный раствор ксантана был исследован [5] в ротационном вискозиметре с системой конус-плоскость при низких скоростях сдвига (рис. 2). Из аппроксимации нами исключены три точки при низких скоростях, показывающие переход к ньютоновскому течению. Режим сдвигового разжижения начинается с низкой скорости $10^{-3,5} \text{ с}^{-1}$ и описывается обобщенным уравнением течения.

Поведение раствора нитроцеллюлозы в бутацетате в оригинальной работе [6] описана с помощью модели Ри – Эйринга, которая использует представления о скоростях реакций и процессах перехода частиц через потенциальный барьер.

Уравнение Ри – Эйринга имеет вид:

$$\eta = \eta_{\infty} + (\eta(0) - \eta_{\infty}) \frac{\text{arcSh}(\beta \dot{\gamma})}{\beta \dot{\gamma}},$$

где β – время релаксации. Это уравнение достаточно хорошо описывает кривую вязкости раствора нитроцеллюлозы. Можно показать, что ОУТ описывает эти реологические данные в широком диапазоне измерений, в том числе для очень высоких скоростей сдвига (рис. 3, а).

Реологическое поведение водного раствора λ -каррагинана [7] показано на рис. 3, б; рассчитанные значения коэффициентов ОУТ приведены в табл. 1.

Каррагинан представляет собой линейный сульфатный полисахарид, полученный при переработке морских водорослей. Большие и гибкие макромолекулы способны к образованию гелей.

При аппроксимации ОУТ использовались все экспериментальные точки. При низких скоростях сдвига прослеживается тенденция к ньютоновскому поведению.

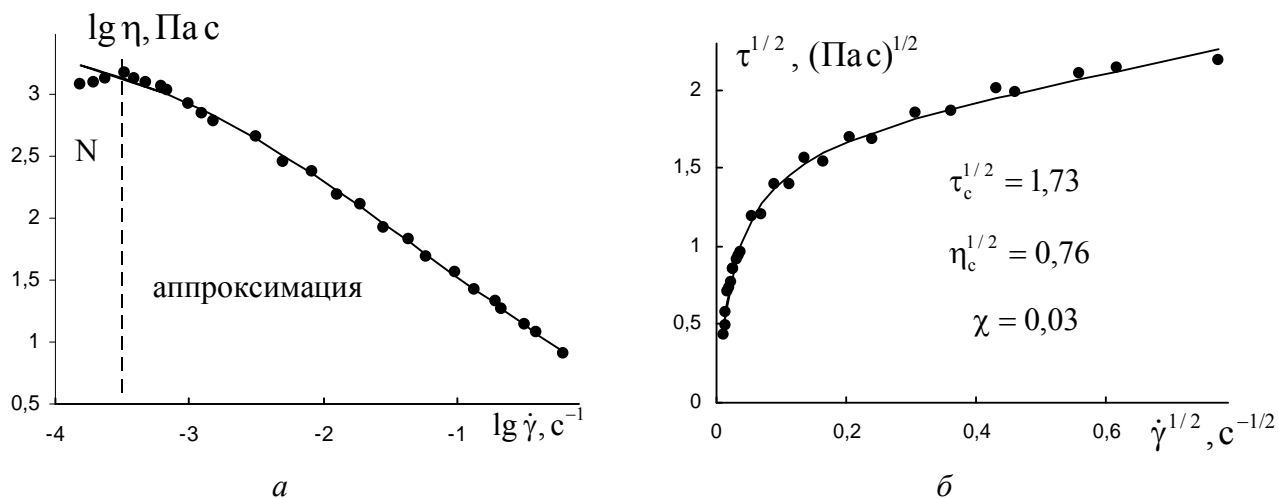


Рис. 2. Реологические характеристики 0,5 %-го водного раствора ксантана (0,1 моль/л NaCl) при температуре 294 К:
 а – кривые вязкости в двойных логарифмических координатах;
 б – кривые течения в корневых координатах. Показаны коэффициенты ОУТ и участок возможного перехода к ньютоновскому течению. Данные из работы [5]

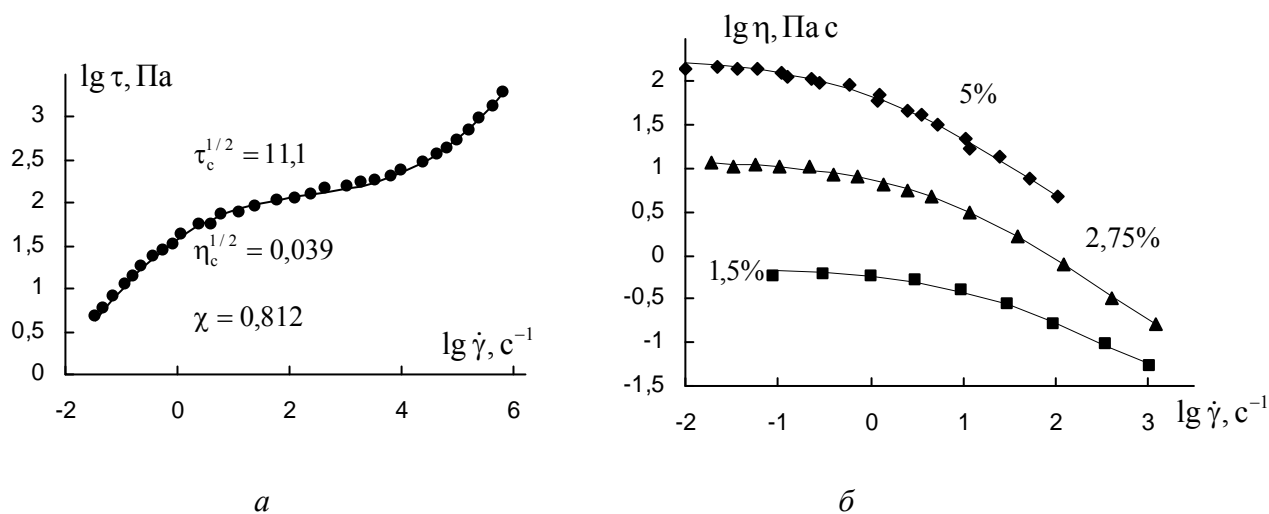


Рис. 3. Реологические характеристики растворов полимеров:
 а – 1 %-го нитроцеллюлозы в бутилацетате;
 б – λ-каррагинан в воде при различной массовой концентрации

Таблица 1. Реологические характеристики водного λ-каррагинана

Φ, мас. %	5	2,75	1,5
$\tau_c^{1/2}$, Па ^{1/2}	19,3	11,0	5,04
$\eta_c^{1/2}$, (Па·с) ^{1/2}	0,539	0,111	0,104
χ , с ^{-1/2}	1,47	3,19	6,64
$\tau_c^{1/2} / \chi$	13,1	3,45	0,759

С увеличением концентрации биополимера увеличиваются коэффициент агрегации $\tau_c^{1/2}$ и коэффициент вязкости Кэссона $\eta_c^{1/2}$ и уменьшается коэффициент компактности χ . Структурная часть вязкости $\tau_c^{1/2}/\chi$ (в пределе нулевой скорости) также увеличивается с концентрацией. Такое поведение коэффициентов ОУТ вполне согласуется со структурной реологической моделью. Уменьшение коэффициента χ с увеличением концентрации полимера свидетельствует об уменьшении

вероятности спонтанного разрыва зацеплений ($\chi \sim \tilde{k}_0$, где \tilde{k}_0 – константа скорости спонтанного разрыва частиц).

Несколько отличается реологическое поведение водных растворов натрия карбоксиметилцеллюлозы и полиакриламида [8], показанное на рис. 4; рассчитанные значения коэффициентов ОУТ приведены в табл. 2. При аппроксимации ОУТ использовались только явные участки сдвигового разжижения.

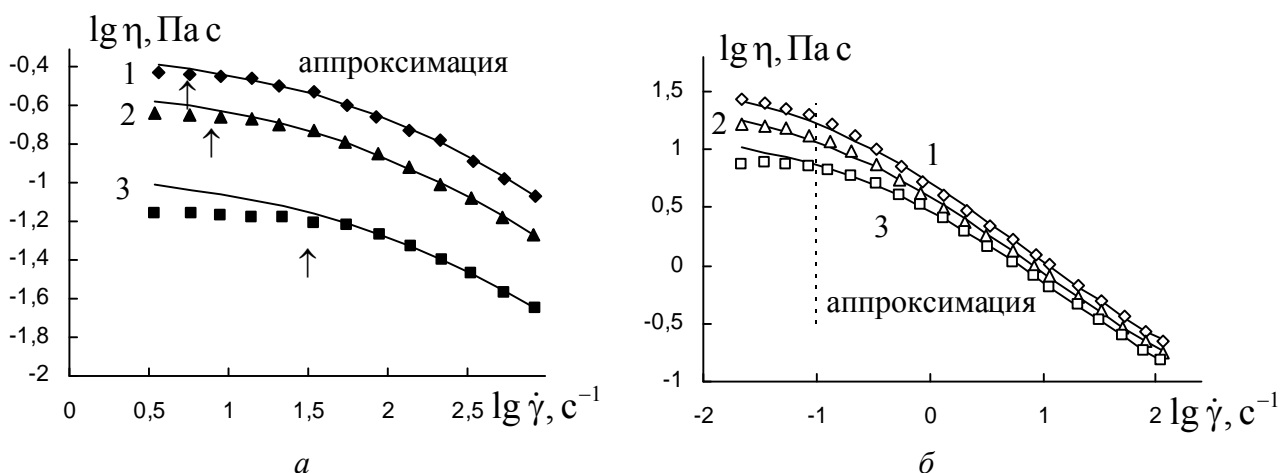


Рис. 4. Реологические характеристики водных растворов полимеров при температуре 23,6 °С и различной массовой концентрации:

а – натрий карбоксиметилцеллюлоза, стрелки указывают границы аппроксимации; б – полиакриламид, указан район аппроксимации. Пояснения в табл. 2. Данные из работы [8]

С увеличением концентрации полимера увеличиваются коэффициент агрегации $\tau_c^{1/2}$ и коэффициент вязкости Кэссона $\eta_c^{1/2}$. Коэффициент компактности χ уменьшается в растворе полиак-

риламида; но в растворе натрия карбоксиметилцеллюлозы величина χ практически не меняется, т. е. практически не уменьшается вероятность спонтанного разрыва зацеплений.

Таблица 2. Реологические характеристики водных растворов натрия карбоксиметилцеллюлозы (Hercules Powder, СМС-7Н) и полиакриламида (Dow Chemicals, Separan MG-700) при различной массовой концентрации

Система	натрий карбоксиметилцеллюлоза			полиакриламид		
Ф, мас. %	1,0	0,75	0,5	0,7	0,6	0,5
$\tau_c^{1/2}$, Па ^{1/2}	10,7	7,66	4,98	3,07	2,80	2,75
$\eta_c^{1/2}$, (Па·с) ^{1/2}	0,059	0,057	0,041	0,203	0,177	0,146
χ , с ^{-1/2}	16,6	14,9	16,5	0,473	0,547	0,749
$\tau_c^{1/2}/\chi$	0,642	0,514	0,301	6,49	5,12	3,67
кривые	1	2	3	1	2	3

Анализ кривых течения обычно затрудняют два обстоятельства: возможное неравновесное состояние течения, особенно при низких скоростях сдвига; неоднозначность выбора интервалов аппроксимации данных. Чтобы уменьшить эти затруднения, желательно представить экспери-

ментальные данные в разных системах координат, как показано на рис. 5 для раствора метилцеллюлозы [4].

В работе [4] приведена таблица реологических данных (табл. 3).

Таблица 3. Зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига водного раствора метилцеллюлозы при 18 °С [4]

$\dot{\gamma}$, с ⁻¹	0,14	0,176	0,222	0,28	0,352	0,443	0,557	0,702	0,883	1,11
τ , Па	0,12	0,14	0,17	0,21	0,28	0,35	0,446	0,563	0,69	0,85
$\dot{\gamma}$, с ⁻¹	1,4	1,76	2,22	2,8	3,52	4,43	5,57	7,02	8,83	11,12
τ , Па	1,08	1,31	1,63	2,01	2,53	3,08	3,79	4,68	5,41	6,53
$\dot{\gamma}$, с ⁻¹	14	17,62	22,2	27,9	35,2	44,3	55,7	70,2	88,3	111,2
τ , Па	8,11	9,46	11,5	13,5	16,22	18,92	22,10	26,13	30	34,8

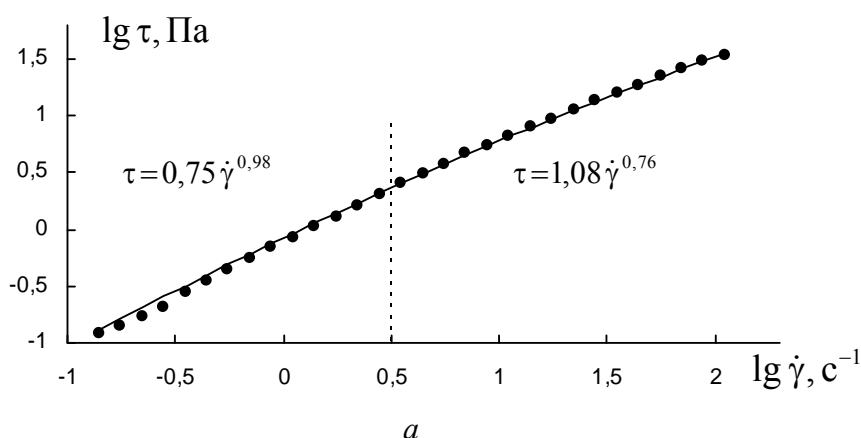
В работе [4] график (рис. 5, а) был условно разделен на две части, где два участка кривых течения аппроксимировались степенным законом.

Мы использовали ОУТ (рис. 5, б) для аппроксимации данных только на участке высоких скоростей (выше 3 с⁻¹); при низких скоростях монотонная зависимость нарушается, что хорошо видно на графике (рис. 5, в). Можно предположить, что при низких скоростях в этом опыте не успевает установиться равновесное состояние течения. Поэтому исключение из аппроксимации данных области низких скоростей приводит к более точным значениям коэффициентов ОУТ.

Рассмотрим реологическое поведение водных растворов полимеров, которые применяют при

вытеснении нефти из пластов для улучшения нефтеотдачи, в данном случае, гидролизованный полиакриламид (*Alcoflood polymer*) и биополимер полисахарид ксантан [9]. Экспериментальные результаты, полученные на вискозиметре с системой конус–плоскость, показаны на рис. 5 и 6. В статье [9] экспериментальные данные аппроксимируются либо степенным законом, либо уравнением Кэссона на всем интервале измерений.

Используя обобщенное уравнение течения, легко увидеть, что раствор ксантана хорошо описывается ОУТ на всем диапазоне скоростей сдвига, а раствор полиакриламида демонстрирует два участка течения (рис. 6 и 7). Коэффициенты ОУТ приведены в табл. 4.



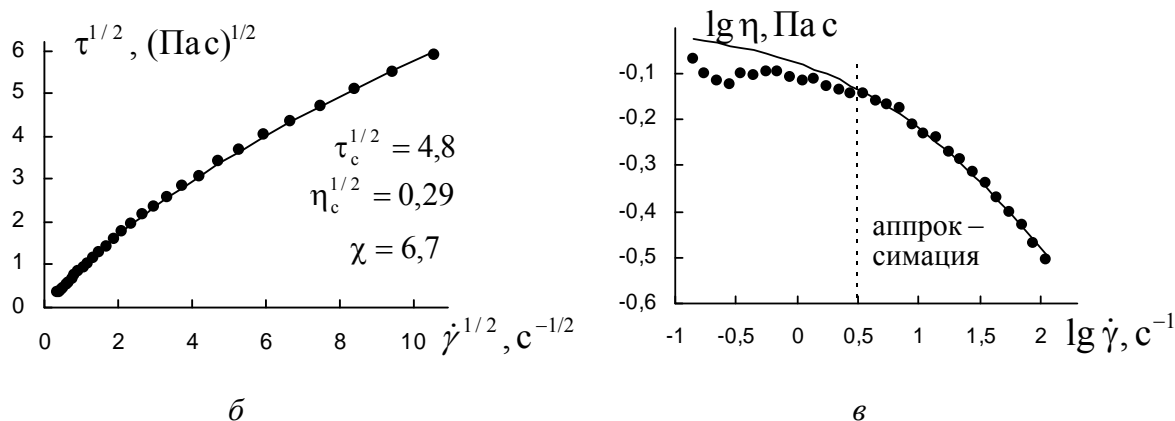


Рис. 5. Реологические характеристики водного раствора полимера при температуре 291 К: а – кривые течения в двойных логарифмических координатах; б – кривые течения в корневых координатах; в – кривые вязкости в двойных логарифмических координатах. Показаны коэффициенты ОУТ и граница раздела между равновесным состоянием течения и возможным неравновесным участком при низких скоростях. Приведены два уравнения Оствальда, приближенно описывающие участки высоких и низких скоростей сдвига. Данные из [4]

Таблица 4. Реологические характеристики водных растворов: сополимеры полиакриламида (AF1235, AF1285) и биополимер ксантан (*Kelzan Xanthan*, *Sigma Xanthan*) с массовой концентрацией 0,5 % при 22 °С

Раствор полимера	$\tau_c^{1/2}$	$\eta_c^{1/2}$	χ	$\tau_c^{1/2} / \chi$
AF1285 низкие скорости	1,23	0,151	0	∞
AF1235 низкие скорости	1,84	0,156	0,423	4,34
AF1235 высокие скорости	2,68	0,074	1,31	2,03
<i>Kelzan Xanthan</i>	1,97	0,047	0,170	11,6
<i>Sigma Xanthan</i>	2,08	0,056	0,174	11,9

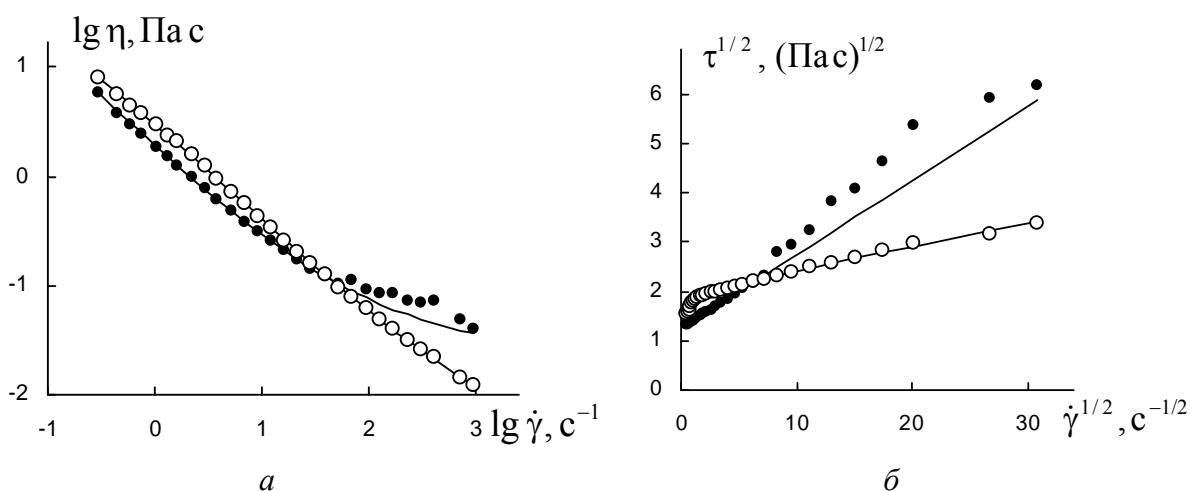


Рис. 6. Реологические характеристики при температуре 22 °С 0,5 %-го водного раствора ксантана *Kelzan Xanthan* (кружки) и 0,5 %-го водного раствора сополимера полиакриламида AF1285 (точки): а – кривые вязкости в двойных логарифмических координатах; б – кривые течения в корневых координатах. Коэффициенты ОУТ приведены в табл. 4. Данные из работы [9]

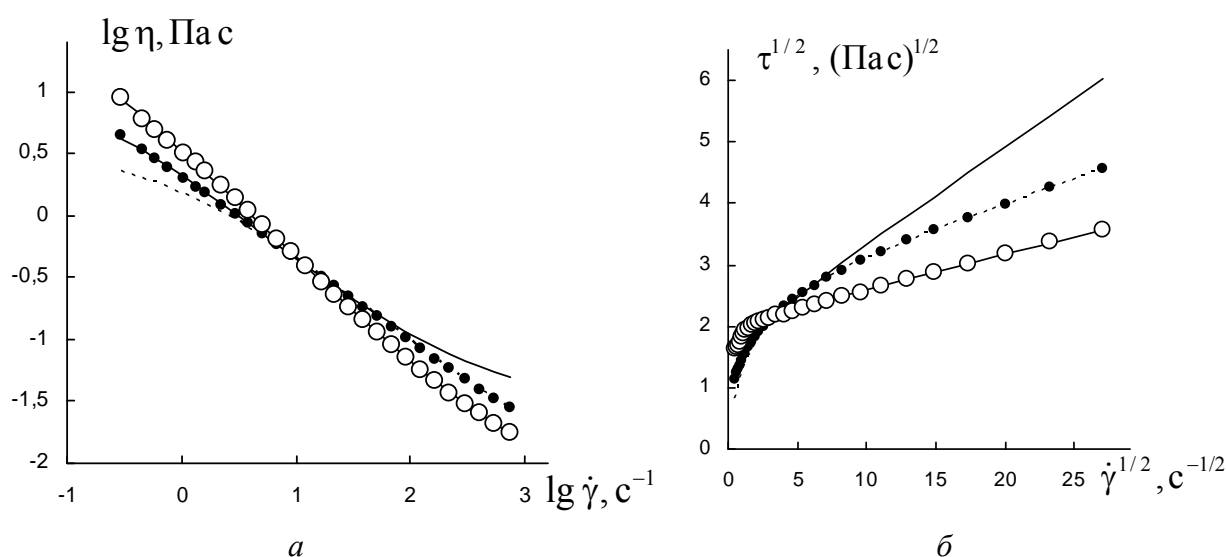


Рис. 7. Реологические характеристики при температуре 22 °С 0,5 %-го водного раствора ксантана *Sigma Xanthan* (кружки) и 0,5 %-го водного раствора сополимера полиакриламида AF1235 (точки):

a – кривые вязкости в двойных логарифмических координатах; *б* – кривые течения в корневых координатах. Коэффициенты ОУТ приведены в табл. 4. Пунктирная линия отображает ОУТ при высоких скоростях сдвига. Данные из работы [9]

Примечательно, что для раствора полимера AF1285 на участке низких скоростей наблюдается «прямая Кэссона», т. е. пластичное течение, а при повышении скорости появляется тенденция к другому режиму течения. Два режима можно выделить в растворе полимера AF1235 (рис. 7) с низким и с более высоким значением χ .

Два рассмотренных раствора ксантана, исходный полимер для которых был получен от разных производителей, имеют сходное реологическое поведение с практически одинаковыми коэффициентами ОУТ. Два рассмотренных раствора полиакриламида различной маркировки имеют

сходное реологическое поведение на участке низких скоростей сдвига (табл. 4).

Трудности при описании кривой течения на большом интервале скоростей сдвига возникают, если отсутствует заметный переходный участок между двумя режимами течения (на высоких и на низких скоростях сдвига). Покажем возможные способы аппроксимации данных на примере течения 0,25 %-го водного раствора ксантана (табл. 5.), где интервал скоростей сдвига достигает шести порядков величины [10]. Результаты аппроксимации этих реологических данных показаны на рис. 8, коэффициенты ОУТ приведены в табл. 6.

Таблица 5. Зависимость вязкости от скорости сдвига 0,25 %-го водного раствора ксантана [10]

$\dot{\gamma}$, c^{-1}	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,5	1
η , Па с	11,048	10,498	8,3117	6,9935	3,8040	2,6928	1,0591	0,68415
$\dot{\gamma}$, c^{-1}	5	10	50	100	500	1000	5000	
η , Па с	0,23916	0,15108	0,052236	0,03336	0,012436	0,0084707	0,0040869	

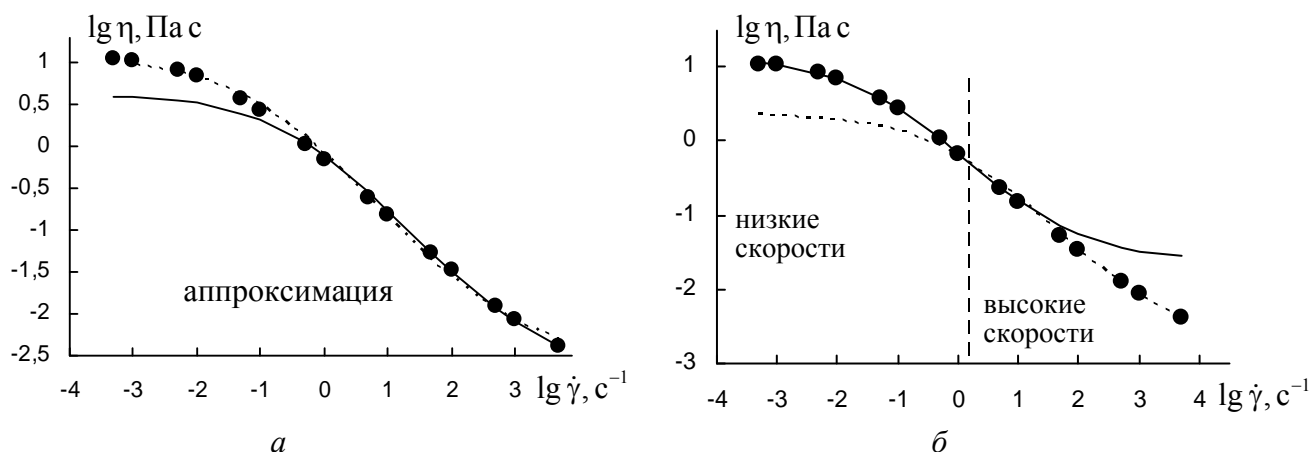


Рис. 8. Реологические характеристики 0,25 %-го водного раствора ксантана:

a – аппроксимация на всем диапазоне скоростей сдвига, сплошная линия для $СКР = \sum (\tau^{1/2} - \tau_{расч}^{1/2})^2$, пунктирная линия для $СКР = \sum (\lg \eta - \lg \eta_{расч})^2$; *б* – отдельные аппроксимации для высоких скоростей (пунктирная) и низких (сплошная линия) при $СКР = \sum (\tau^{1/2} - \tau_{расч}^{1/2})^2$. Пояснения в табл. 6. Данные из работы [10]

Различные способы расчета суммы квадратов разностей (СКР) позволяют достичь наибольшего схождения теории и эксперимента или на интервале высоких скоростей, или на интервале низких скоростей, или на всем интервале скоростей сдвига, но с меньшей точностью.

Результаты расчета (табл. 6.) показывают, что точность аппроксимации в данном случае существенно возрастает при разделении интервала измерений на две части.

Зависимость коэффициентов обобщенного уравнения течения от температуры рассмотрим на примере водного раствора коммерческого образца полимера PUSHHER 700 (сополи(акриламид-черакрилат натрия)) при концентрации 2000 ppm [11]. Измерения были выполнены на ротационном вискозиметре в интервале от 20 до 65 °С. На рис. 9 приведены две реологические кривые для максимально различающихся температур.

Таблица 6. Результаты аппроксимации экспериментальных данных для 0,25 %-го водного раствора ксантана. Показан способ расчета СКР и указаны интервалы аппроксимации

Условия аппроксимации	$\sum (\tau^{1/2} - \tau_{расч}^{1/2})^2$ по всем точкам	$\sum (\lg \eta - \lg \eta_{расч})^2$ по всем точкам	$\sum (\tau^{1/2} - \tau_{расч}^{1/2})^2$ низкие скорости	$\sum (\tau^{1/2} - \tau_{расч}^{1/2})^2$ высокие скорости
$\tau_c^{1/2}, \text{Па}^{1/2}$	1,44	1,12	0,824	1,54
$\eta_c^{1/2}, (\text{Па}\cdot\text{с})^{1/2}$	0,045	0,056	0,156	0,043
$\chi, \text{с}^{-1/2}$	0,718	0,337	0,235	1,04
$\tau_c^{1/2} / \chi$	2,01	3,33	3,51	1,48
СКР	0,069	0,050	0,000041	0,0231
S_{n-2}	0,073	0,062	0,0026	0,068

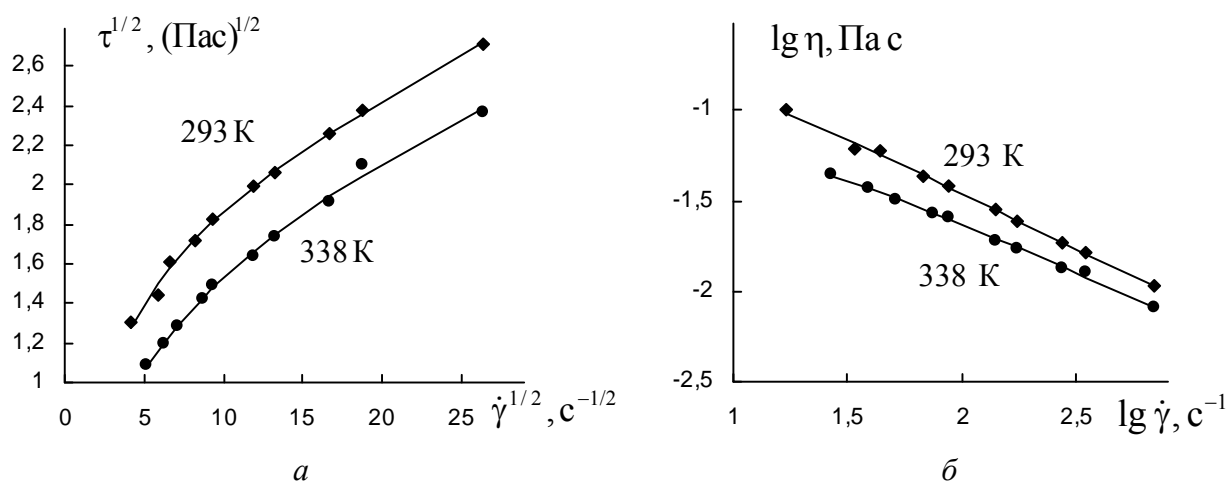


Рис. 9. Реологические характеристики водного раствора полимера *PUSHER 700*, 2000 ppm при температурах 293 К (ромбы) и 338 К (кружки):

a – кривые течения в корневых координатах; *б* – кривые вязкости в двойных логарифмических координатах. Коэффициенты ОУТ приведены в табл. 7. Данные из работы [11]

В оригинальной статье [11] для расчета применялся степенной закон Оствальда, зависимость вязкости от температуры описывалась уравнением Эйринга (в соответствии с законом

Аррениуса): $\eta \sim \dot{\gamma}^n \exp(E_0 / T)$. Нами использовалось обобщенное уравнение течения (сплошные кривые на рис. 9).

Таблица 7. Реологические характеристики водного раствора полимера (*PUSHER 700*, 2000 ppm) с массовой концентрацией 0,2 %

Температура	$\tau_c^{1/2}$	$\eta_c^{1/2}$	χ	$\tau_c^{1/2} / \chi$	СКР = $\sum (\tau^{1/2} - \tau_{\text{расч}}^{1/2})^2$
293 К	1,909	0,0379	2,89	0,660	0,0054
338 К	1,913	0,0307	5,62	0,340	0,0052

Коэффициент τ_c прямо пропорционален силе сцепления, препятствующей разрыву зацепления между макромолекулами. Он практически не зависит от температуры как в расплавах, так и в растворах полимеров. Коэффициенты $\eta_c^{1/2}$ и χ уменьшаются и увеличиваются с ростом температуры соответственно. Это поведение можно объяснить уменьшением вязкости дисперсионной среды и увеличением вероятности разрыва зацеплений с ростом температуры.

Список литературы / References

1. Виноградов Г. В., Малкин А. Я. Реология полимеров. М.: Химия, 1977. 440 с. [Vinogradov G.V.,

Malkin A.Ya. *Rheology of polymers*. M.: Chemistry, 1977, 440 p. (in Russ.).
 2. Barnes H.A. *A Handbook of Elementary Rheology*. Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales, Aberystwyth, 2000, 201 p.
 3. Кирсанов Е. А. Течение полимерных растворов // *Жидк. крист. и их практич. использ.* 2007. Вып. 1. С. 12–21. [Kirsanov E.A. The flow of polymer solutions. *Zhidk. krist. ikh prakt. ispol'z. = Liq. Cryst and their Appl.* 2007, 1, 12–21 (in Russ.).]
 4. Chhabra R.P., Richardson J.F. *Non-Newtonian Flow in the Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications*. Butterworth-Heinemann Linacre House, Oxford, 1999, 436 p.
 5. Mertens D., Heinen C., Hardy E.H., Buggisch H.W. Newtonian and Non-newtonian low re number flow through bead packings. *Chem. Eng. Technol.* 2006, **29** (7), 854–861.

-
-
6. Ree F.H., Ree T., Eyring H. Relaxation theory of transport problems in condensed systems. *Industrial and Engineering Chemistry*, 1958, **50** (7), 1036–1040.
 7. Holmberg K., Jonsson B., Kronberg B. *Surfactants and Polymers in aqueous solutions*. John Wiley and Sons Ltd, 2003, 545 p.
 8. Carreau P.J., Bui Q.H., Leroux P. Wall effects in polymer flow on inclined plane. *Rheol. Acta.*, 1979, **18**, 600–608.
 9. Ghannam M., Abu-Jdayil B., Esmail N. Flow behavior comparison of xanthan and alcoflood polymers aqueous solutions. *American J. of Oil and Chem. Technologies*, 2013, **1** (2), 1–11.
 10. Escudier M.P., Gouldson I.W., Pereira A.S., Pinho F.T., Poole R.J. On the reproducibility of the rheology of shear-thinning liquids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2001, **97**, 99–124.
 11. Al-Fariss T.F., Al-Zahrani S.M. Rheological behaviour of some dilute polymer solutions. *JKAU: Eng. Sci.*, 1993, **5**, 95–109.

Поступила в редакцию 31.08.2016 г.
Received 31 August 2016