

УДК 532.783

*Л. И. Князева, Д. В. Макаров*

### **ЭФФЕКТЫ АНИЗОТРОПИИ ПОВЕРХНОСТНОГО СЦЕПЛЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА В ФЕРРОНЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ**

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
ул. Букирева, д. 15, 614990 Пермь, Россия. E-mail: [dmakarov@psu.ru](mailto:dmakarov@psu.ru)

*В рамках континуальной теории исследовано влияние параметра анизотропии сцепления четвертого порядка на индуцированные магнитным полем ориентационные переходы в ферронематических жидких кристаллах. Численно решены уравнения ориентационного равновесия и построены полевые зависимости свободной энергии ферронематика, углов поворота директора и вектора намагниченности для различных значений параметра анизотропии сцепления. Проанализированы типы реализующихся в системе ориентационных переходов и найдены соответствующие поля переходов между ориентационными фазами ферронематика. Зависимость поля равновесного перехода из угловой ориентационной фазы в планарную от параметра анизотропии сцепления найдена численно, а для поля перехода из гомеотропной фазы в планарную – аналитически. Обнаружено, что для всех значений параметра анизотропии, при которых поверхностный потенциал обладает дополнительными минимумами, переходы в планарную фазу являются фазовыми переходами первого рода. Показано, что с увеличением параметра анизотропии сцепления понижается критическое поле, необходимое для перехода ферронематика из гомеотропной ориентационной фазы в планарную.*

**Ключевые слова:** ферронематик, бистабильный поверхностный потенциал, магнитное поле, ориентационные переходы.

**DOI:** 10.18083/LCAppl.2018.4.78

*L. I. Knyazeva, D. V. Makarov*

### **EFFECTS OF HIGH ORDER SURFACE ANCHORING ANISOTROPY IN FERRONEMATIC LIQUID CRYSTALS**

Perm State University,  
15 Bukireva St., Perm, 614990, Russia. E-mail: [dmakarov@psu.ru](mailto:dmakarov@psu.ru)

*The influence of the fourth order anchoring anisotropy parameter on the orientational transitions in ferronematic liquid crystals induced by a magnetic field is studied within the continuum theory. Equations of the orientation equilibrium are solved numerically. Field dependences of the free energy of ferronematic and the angles of rotation of the director and the magnetization vector are plotted for various values of the anchoring anisotropy parameter. The types of orientation transitions implemented in the system are analyzed, and the corresponding fields of transitions between the orientational phases of ferronematic are found. The dependence of field of equilibrium transition from the angular orientation phase to the planar one on the anisotropy parameter is found numerically and the dependence of the field of transition from the homeotropic phase to the planar one is found analytically. It is determined that transitions to the planar phase are the first-order phase transitions for all values of anisotropy parameter at which the surface potential has additional minima. It is shown that with an increase of the anisotropy parameter of anchoring the critical field required for the transition of ferronematic from the homeotropic orientational phase to the planar one decreases.*

**Key words:** ferronematic, bistable surface potential, magnetic field, orientational transitions.

## Введение

Суспензии анизометричных магнитных частиц в жидких кристаллах (ЖК), называемые феррожидкими кристаллами (ФЖК), являются одной из разновидностей мягких конденсированных сред, которые активно изучаются в настоящее время [1–6]. В зависимости от типа жидкокристаллического носителя такие суспензии называют ферронематиками (ФН), феррохолестериками или ферросмектиками. Недавно несколько исследовательских групп [7–9] сообщили об успешном синтезе феррожидких кристаллов, обладающих спонтанной намагниченностью. Идея реализации подобного жидкого ферромагнетика при комнатной температуре не является новой и впервые была высказана достаточно давно Брошар и де Женом [10]. Они предположили, что коллоидные суспензии ферромагнитных частиц в ЖК, в отличие от изотропных магнитных жидкостей [11], могут иметь ферромагнитные свойства благодаря взаимодействию анизотропной ЖК-матрицы и магнитных анизометричных частиц. В этом случае наличие примесной дипольной магнитной подсистемы позволит уменьшить величину управляющего магнитного поля, а получившаяся суспензия будет обладать разнообразными электро- и магнитооптическими свойствами, отличающимися от свойств беспримесных ЖК. Изменение отклика композитной ЖК-системы на внешние воздействия открывает новые возможности использования такого материала в устройствах отображения информации и оптоэлектронике [12].

Первая теоретическая модель ФЖК с некомпенсированной намагниченностью [10] характеризовалась бесконечно сильной ориентационной связью между ЖК-матрицей и примесными магнитными частицами. Это приводило к неизменной взаимной ориентации директора  $\mathbf{n}$  и единичного вектора намагниченности  $\mathbf{m}$  при любых значениях напряженности внешнего магнитного поля. Уже первые исследования отклика ФЖК на магнитное поле говорили о том, что энергию сцепления между жидкокристаллической и магнитной подсистемами в общем случае нельзя считать бесконечно большой. И позднее в работе [13] была предложена модель «мягкого» феррожидкого кристалла,

учитывающая конечную энергию взаимодействия магнитных частиц с ЖК-матрицей. В этой теории директор ЖК и вектор намагниченности являются независимыми переменными, а сцепление между подсистемами описывается с помощью выражения для объемной плотности свободной энергии, содержащего квадратичный вклад от скалярного произведения директора и единичного вектора намагниченности  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2$ , т. е. являющегося аналогом хорошо известного в физике жидких кристаллов модельного потенциала сцепления Рапини – Папулар [14]. Позже в [15] было сделано уточнение потенциала сцепления путем учета следующих порядков разложения ориентационной энергии по отклонению директора от вектора намагниченности и в рамках модифицированной теории в [16] изучено бистабильное поведение ориентационной структуры «мягкого» ферронематика.

Целью настоящей работы является анализ влияния параметра анизотропии бистабильного потенциала поверхностного сцепления на индуцированные магнитным полем ориентационные переходы в мягком ферронематическом жидком кристалле. Рассмотрен диапазон значений параметра анизотропии сцепления четвертого порядка, при котором у поверхностного потенциала появляются дополнительные минимумы.

## Свободная энергия и уравнения ориентационного равновесия

Рассмотрим неограниченный ферронематический жидкий кристалл с однородным распределением магнитных частиц  $f = Nv/V$ , где  $N$  – число магнитных частиц,  $v$  – объем частицы,  $V$  – объем ферронематика. Изучим поведение ориентационной структуры ФН с мягким потенциалом сцепления [15] между жидкокристаллической и магнитной подсистемами во внешнем магнитном поле  $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ . В континуальной теории ФН [10, 13, 15] направление преимущественной ориентации молекул ЖК задается единичным вектором  $\mathbf{n}$ , называемым директором, а направление преимущественной ориентации магнитных моментов феррочастиц – единичным вектором намагниченности  $\mathbf{m}$  (рис. 1).

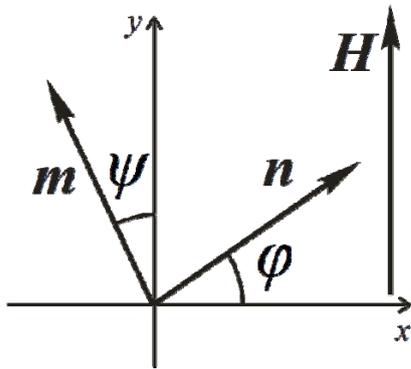


Рис. 1. Ферронематик в магнитном поле

Fig. 1. Ferronematic in a magnetic field

Равновесная ориентационная структура ФН определяется из условия минимума его полной свободной энергии  $F_{full} = \int F dV$ , объемную плотность  $F$  которой можно записать следующим образом [13, 16]:

$$F = F_{dia} + F_{ferro} + F_s = -\frac{\chi_a}{2}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2 - M_s f \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} + \frac{Wf}{d}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2 [1 - \zeta(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2]. \quad (1)$$

Первый вклад  $F_{dia}$  в (1) определяет плотность энергии взаимодействия магнитного поля и жидкокристаллической матрицы (диамагнитный вклад). Анизотропию диамагнитной восприимчивости нематической матрицы  $\chi_a$  будем считать положительной; в этом случае директор  $\mathbf{n}$  стремится ориентироваться вдоль поля  $\mathbf{H}$ . Второе слагаемое  $F_{ferro}$  (1) характеризует энергию взаимодействия магнитных моментов феррочастиц с магнитным полем (ферромагнитный вклад), где  $M_s$  – намагниченность насыщения магнитного материала феррочастиц. Последний вклад  $F_s$  в (1) – мягкий бистабильный поверхностный потенциал сцепления [16], который описывает энергию взаимодействия анизометричных частиц с жидкокристаллической матрицей и учитывает слагаемые четвертого порядка в разложении ориентационной энергии по отклонению директора от вектора намагниченности. Величина  $W > 0$  – поверхностная плотность энергии сцепления магнитных частиц с молекулами нематика,  $d$  – поперечный диаметр иглообразной магнитной частицы;  $\zeta$  – параметр анизотропии поверхностного сцепления.

Из-за малой концентрации магнитной примеси ( $f \ll 1$ ) в ФН пренебрегают магнитными диполь-дипольными взаимодействиями [10]. Кроме того, поскольку рассматривается ФН вдали от границ (приближение неограниченного образца), распределения полей директора и намагниченности однородны в пространстве, и в плотности свободной энергии  $F$  (1) отсутствует вклад ориентационно-упругих деформаций поля директора (потенциал Озеена – Франка [14]).

На рисунке 2 представлены графики зависимости бистабильного поверхностного потенциала  $F_s$  от угла  $\theta$  между директором  $\mathbf{n}$  и намагниченностью  $\mathbf{m}$  для различных значений параметра анизотропии сцепления  $\zeta$ .

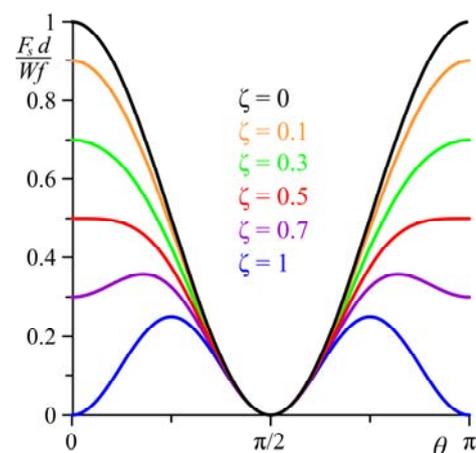
Рис. 2. Зависимость приведенного бистабильного поверхностного потенциала сцепления  $F_s d / W f$  от угла  $\theta$  между директором и намагниченностью при различных значениях параметра анизотропии сцепления  $\zeta$ 

Fig. 2. Dependence of the reduced bistable surface anchoring potential  $F_s d / W f$  on the angle  $\theta$  between the director and the magnetization for different values of the anchoring anisotropy parameter  $\zeta$

При  $\zeta = 0$  потенциал  $F_s$  (1) ведет себя аналогично потенциалу Рапини – Папулар [14] и имеет один минимум при  $\theta = \pi/2$ , соответствующий гомотропному ( $\mathbf{n} \perp \mathbf{m}$ ) сцеплению между директором и единичным вектором намагниченности в ФН. Как следует из рис. 2, в интервале значений параметра анизотропии  $0 < \zeta < 0,5$  у потенциала сцепления  $F_s$  новых минимумов не появляется, а происходит лишь уменьшение высоты максимумов потенциала. Дополнительные минимумы,

соответствующие планарному ( $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$ ) сцеплению директора и намагниченности, появляются у  $F_s$  при  $\zeta \geq \zeta_{BS} = 0,5$ . Эти минимумы являются локальными, но они становятся «глубже» с увеличением  $\zeta$ . При  $\zeta = 1$  все минимумы потенциала имеют одинаковую глубину и состояния с гомеотропным и планарным сцеплениями становятся энергетически эквивалентными.

Включение однородного магнитного поля  $\mathbf{H} = (0, H, 0)$  приводит к поворотам директора и намагниченности ФН только в плоскости  $xOy$ , что позволяет параметризовать их следующим образом:

$$\mathbf{n} = (\cos\varphi, \sin\varphi, 0), \quad \mathbf{m} = (-\sin\psi, \cos\psi, 0). \quad (2)$$

Введем удобные для дальнейшего теоретического анализа безразмерные величины. Принимая за единицу измерения напряженности магнитного поля величину  $H_0 = M_s f / \chi_a$ , при которой ферромагнитный  $F_{ferro}$  и диамагнитный  $F_{dia}$  вклады становятся величинами одного порядка, определим безразмерную напряженность магнитного поля  $h = H / H_0$ , а через  $\omega = W \chi_a / (M_s^2 f d)$  обозначим безразмерную энергию сцепления частиц с ЖК-матрицей. Используя типичные значения материальных параметров ЖК-суспензий [1, 10, 12, 16]  $\chi_a \sim 10^{-7}$ ,  $W \sim 10^{-2}$  эрг/см<sup>2</sup>,  $f \sim 10^{-7} - 10^{-6}$ ,  $M_s \sim 10^2$  Гс,  $d \sim 10^{-5}$  см, получаем следующую оценку для безразмерного параметра сцепления  $\omega \sim 10^{-2} - 10^{-1}$ .

В терминах введенных безразмерных величин плотность свободной энергии ФН (1) с учетом (2) примет вид:

$$F = -h \cos\psi - \frac{h^2}{2} \sin^2\varphi + \omega \sin^2(\varphi - \psi) [1 - \zeta \sin^2(\varphi - \psi)]. \quad (3)$$

Минимизация свободной энергии  $F$  (3) по углам ориентации директора и намагниченности приводит к следующим уравнениям равновесия [16]:

$$\frac{h^2}{2} \sin 2\varphi - \omega \sin 2(\varphi - \psi) [1 - 2\zeta \sin^2(\varphi - \psi)] = 0, \quad (4)$$

$$h \sin\psi - \omega \sin 2(\varphi - \psi) [1 - 2\zeta \sin^2(\varphi - \psi)] = 0, \quad (5)$$

которые определяют углы  $\varphi$  и  $\psi$  как функции напряженности магнитного поля  $h$ , энергии сцепления  $\omega$  и параметра анизотропии  $\zeta$ .

### Пороговые поля и ориентационные переходы

Система уравнений равновесия (4)–(5) имеет тривиальное решение  $\varphi = \psi = 0$ , соответствующее гомеотропной ( $\mathbf{n} \perp \mathbf{m}$ ) ориентационной фазе, и решение  $\varphi = \pi/2$ ,  $\psi = 0$ , определяющее планарную ( $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$ ) ориентационную фазу ФН. Эти решения существуют при любых значениях напряженности поля и параметров энергии поверхностного сцепления. Однако термодинамически устойчивыми они являются лишь в определенных диапазонах значений параметров системы, отвечающих минимуму свободной энергии ФН, т. е. при выполнении условий:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} \geq 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \psi^2} - \left( \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \psi} \right)^2 \geq 0. \quad (6)$$

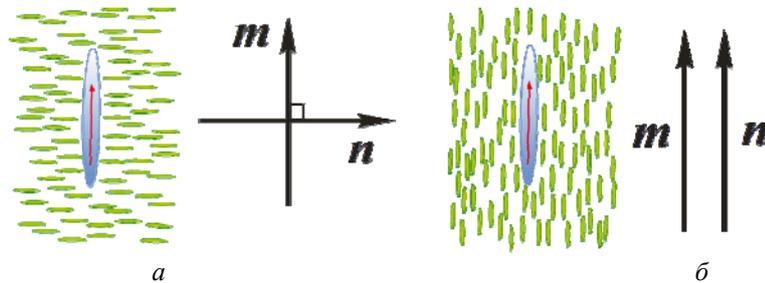


Рис. 3. Ориентационные фазы ФН, соответствующие тривиальным решениям уравнений равновесия: *a* – гомеотропная фаза (*H*-phase), *b* – планарная фаза (*P*-phase)

Fig. 3. Orientational phases of FN corresponding to trivial solutions of the equilibrium equations: *a* – homeotropic phase (*H*-phase), *b* – planar phase (*P*-phase)

При включении поля ФН находится в исходной гомеотропной фазе (рис. 3, *a*, *H*-phase), но с ростом его напряженности при критическом значении [16]

$$h_{\perp} = -\omega + \sqrt{\omega^2 + 2\omega} \quad (7)$$

гомеотропная фаза теряет устойчивость и ФН переходит в угловую ориентационную фазу, в которой угол между директором и намагниченностью отличен от 0 и  $\pi/2$ . При дальнейшем увеличении напряженности поля до значения [16]

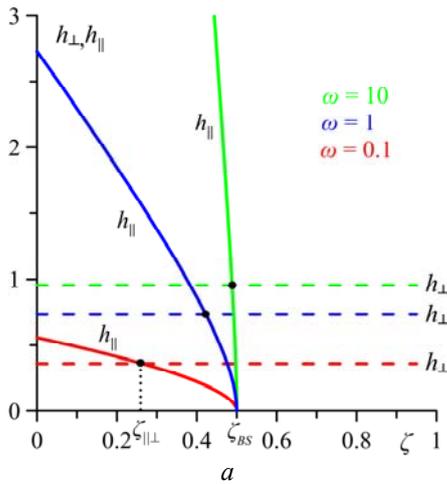


Рис. 4. Зависимости критических полей  $h_{\perp}$  и  $h_{\parallel}$  от  $a$  – параметра анизотропии  $\zeta$  и  $b$  – энергии сцепления  $\omega$

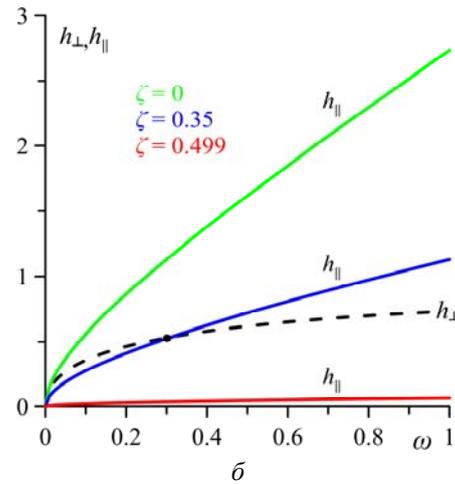
Fig. 4. Dependences of the critical fields  $h_{\perp}$  and  $h_{\parallel}$  on  $a$  – the anisotropy parameter  $\zeta$  and  $b$  – the anchoring energy  $\omega$

Поле  $h_{\perp}$  перехода ФН из гомеотропной фазы в угловую ( $H \rightarrow A$ ) не зависит от параметра  $\zeta$  (рис. 4, *a*) и увеличивается с ростом энергии сцепления  $\omega$  (рис. 4, *b*), достигая в пределе бесконечно сильного сцепления ( $\omega = \infty$ ) значения  $h_{\perp} = 1$ . Поле  $h_{\parallel}$  перехода ФН из угловой фазы в планарную ( $A \rightarrow P$ ) растет при увеличении  $\omega$  (рис. 4, *b*), стремясь к значению  $h_{\parallel} = 2\omega(1 - 2\zeta)$ . Из рис. 4 следует, что в зависимости от параметров  $\omega$  и  $\zeta$  бистабильного потенциала сцепления  $F_s$  поле  $h_{\parallel}$  может быть как больше, так и меньше поля  $h_{\perp}$ . Анализ выражений (7) и (8) показывает, что  $h_{\parallel} \geq h_{\perp}$  при  $\zeta \leq \zeta_{\parallel\perp} = (-3\omega + \sqrt{\omega^2 + 2\omega}) / (1 - 4\omega)$  и  $h_{\parallel} < h_{\perp}$  при  $\zeta > \zeta_{\parallel\perp}$ .

$$h_{\parallel} = \omega(1 - 2\zeta) + \sqrt{\omega^2(1 - 2\zeta)^2 + 2\omega(1 - 2\zeta)} \quad (8)$$

угловая фаза (*A*-phase) теряет устойчивость и происходит переход ФН в планарную фазу (рис. 3, *b*, *P*-phase). Отметим, что в предельном случае при  $\zeta = 0$  критические поля (7) и (8) совпадают с выражениями, полученными ранее в работе [17].

На рисунке 4 представлены зависимости критических полей  $h_{\perp}$  и  $h_{\parallel}$  от параметра анизотропии  $\zeta$  и энергии сцепления  $\omega$ .



С ростом  $\zeta$  поле перехода  $h_{\parallel}$  уменьшается (рис. 4, *a*), обращаясь в нуль при  $\zeta = \zeta_{BS} = 0,5$ , т. е. при появлении у бистабильного потенциала сцепления  $F_s$  (1) дополнительных минимумов (см. рис. 2). При  $\zeta > \zeta_{BS}$  критическое поле  $h_{\parallel}$  не существует. Это указывает на то, что в данном диапазоне значений параметра анизотропии  $\zeta$  ориентационный переход в планарную фазу будет сопровождаться скачком параметра порядка, т. е. будет являться фазовым переходом первого рода, причем он может произойти сразу из гомеотропной фазы, минуя угловую ( $H \rightarrow P$ ).

Если при описании сцепления между директором и намагниченностью не учитывать эффекты анизотропии четвертого порядка ( $\zeta = 0$ ), то, как было показано в работе [17], переходы между

фазами ( $H \leftrightarrow A \leftrightarrow P$ ) будут только фазовыми переходами второго рода.

На рисунках 5 и 6 изображены полевые зависимости углов  $\varphi$  и  $\psi$  поворота директора и намагниченности, а также свободной энергии ФН  $\Delta F = F - F_H$  (3), отсчитываемой от энергии  $F_H = -h$  исходной гомеотропной фазы ( $H$ -phase), построенные по результатам численного решения уравнений ориентационного равновесия (4) и (5).

Сплошными линиями на этих рисунках показаны решения, отвечающие абсолютно устойчивым ориентационным состояниям ФН, штриховыми линиями – метастабильные и неустойчивые состояния. Линии красного цвета на этих рисунках соответствуют гомеотропной фазе ( $H$ -phase), зеленого цвета – угловой фазе ( $A$ -phase), синего цвета – планарной фазе ( $P$ -phase); пунктирными линиями обозначены границы областей абсолютной устойчивости этих фаз.

В отсутствие внешнего поля ( $h = 0$ ) директор и намагниченность взаимно ортогональны, что соответствует исходной гомеотропной фазе ФН (рис. 5). При малых значениях параметра анизотропии  $\zeta \leq \zeta_{e\parallel}$  (рис. 5, *a*) с ростом магнитного поля при  $h = h_{\perp}$  ФН переходит сначала в угловую ориентационную фазу ( $H \rightarrow A$ ); здесь  $\zeta_{e\parallel}$  – значение параметра анизотропии, при котором поле равновесного перехода  $h_e$  равно критическому полю  $h_{\parallel}$ . При дальнейшем увеличении напряженности поля до  $h_{\parallel}$  ФН переходит в планарную фазу ( $A \rightarrow P$ ) с сонаправленными магнитному полю директором и намагниченностью. Оба последовательных перехода ( $H \rightarrow A \rightarrow P$ ) происходят по типу фазового перехода второго рода, т. е. без скачков параметра порядка.

С увеличением параметра анизотропии сцепления при  $\zeta_{e\parallel} < \zeta < \zeta_{\perp}$  переход из гомеотропной фазы в угловую ( $H \rightarrow A$ ) индуцируется при напряженности поля  $h_{\perp}$  и по-прежнему является фазовым переходом второго рода (рис. 5, *b*).

Критическое поле  $h_{\parallel}$  (8) становится меньше поля равновесного перехода  $h_e$ , при котором ориентационная структура ФН скачком, т. е. по типу фазового перехода первого рода, переходит из угловой ориентационной фазы в планарную ( $A \rightarrow P$ ). В интервале значений анизотропии  $\zeta_{\perp} < \zeta < \zeta_{e\perp}$  пороговое поле  $h_{\parallel}$  оказывается меньше  $h_{\perp}$ . Последовательность ориентационных переходов в ФН и их тип остаются прежними (рис. 5, *c*).

Когда параметр анизотропии сцепления достигает значения  $\zeta = \zeta_{e\perp}$  (рис. 5, *d*), при котором поле равновесного перехода  $h_e$  в планарную фазу и поле перехода  $h_{\perp}$  в гомеотропную фазу становятся одинаковыми, то в этом случае последовательность ориентационных переходов меняется: ФН из гомеотропной фазы, минуя угловую, скачком переходит в планарную фазу ( $H \rightarrow P$ ). При увеличении параметра анизотропии сцепления до значения  $\zeta = \zeta_{BS} = 0,5$  (рис. 6, *a*), соответствующего появлению дополнительных минимумов бистабильного потенциала (рис. 2), критическое поле  $h_{\parallel}$  (8) обращается в нуль. Равновесный переход из гомеотропной ориентационной фазы происходит скачком в планарную фазу при напряженности поля  $h_e < h_{\perp}$ . С ростом  $\zeta$  поле равновесного перехода  $h_e$  в планарную фазу продолжает уменьшаться, а пороговое поле  $h_{\parallel}$  перестает существовать (рис. 6, *b*). При  $\zeta = 1$  (рис. 6, *c*) все минимумы бистабильного потенциала  $F_s$  (рис. 2) имеют одинаковую глубину, поэтому в отсутствие поля гомеотропная и планарная фазы ФН являются энергетически эквивалентными. Включение магнитного поля снимает вырождение, и абсолютно устойчивым становится планарное состояние, в котором ФН остается при любых значениях напряженности.

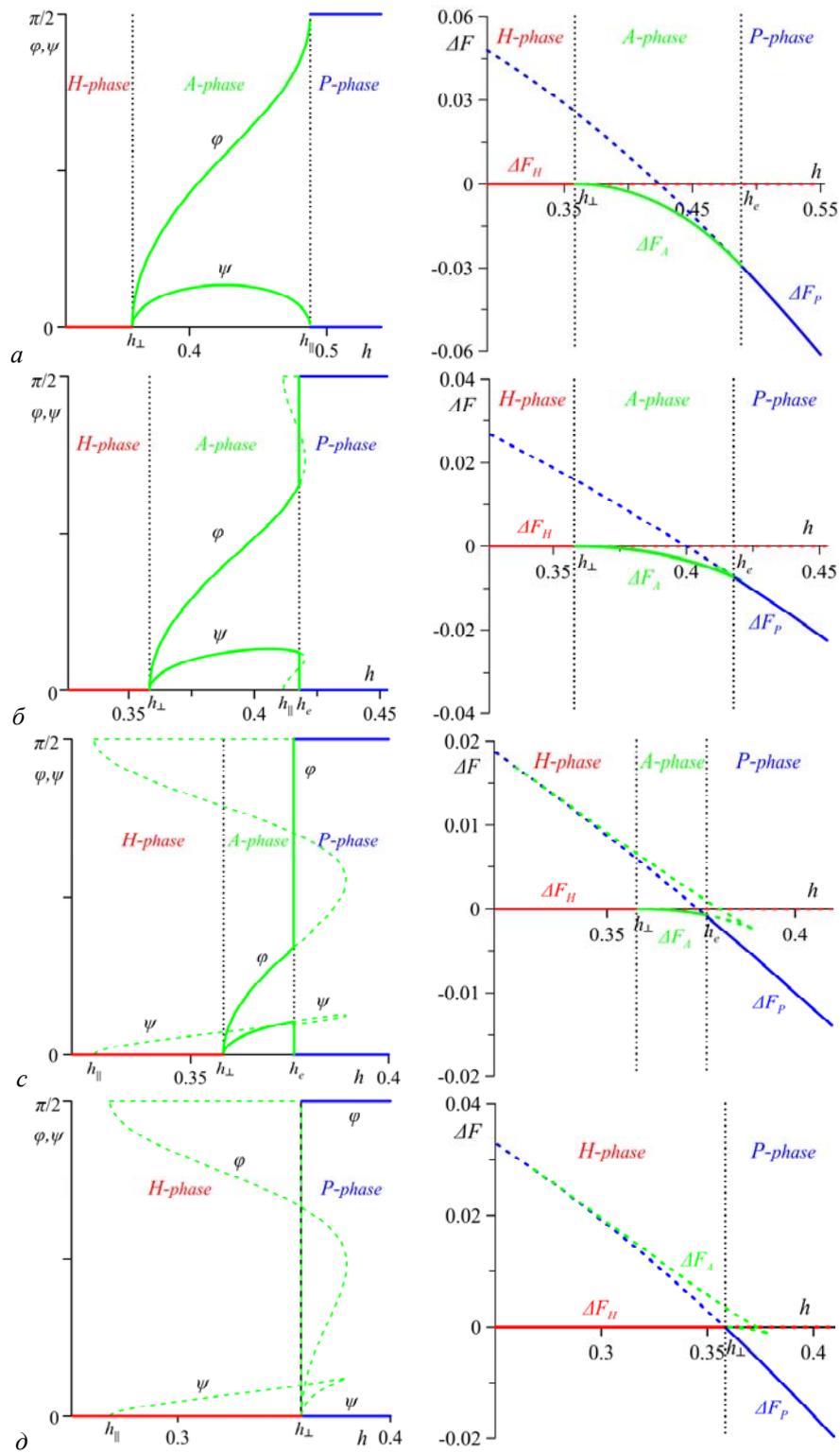


Рис. 5. Полевые зависимости углов ориентации директора  $\varphi$  и намагниченности  $\psi$  (слева) и свободной энергии  $\Delta F$  (справа) для энергии сцепления  $\omega = 0,1$  при различных значениях параметра анизотропии:

$$a - \zeta = 0,1, b - \zeta = 0,2, c - \zeta = 0,3, d - \zeta = \zeta_{e\perp} = 0,358$$

Fig. 5. Field dependencies of the director  $\varphi$  and magnetization  $\psi$  orientation angles (on the left) and the free energy  $\Delta F$  (on the right) for the anchoring energy  $\omega = 0,1$  at various values of the anisotropy parameter:

$$a - \zeta = 0,1, b - \zeta = 0,2, c - \zeta = 0,3, d - \zeta = \zeta_{e\perp} = 0,358$$

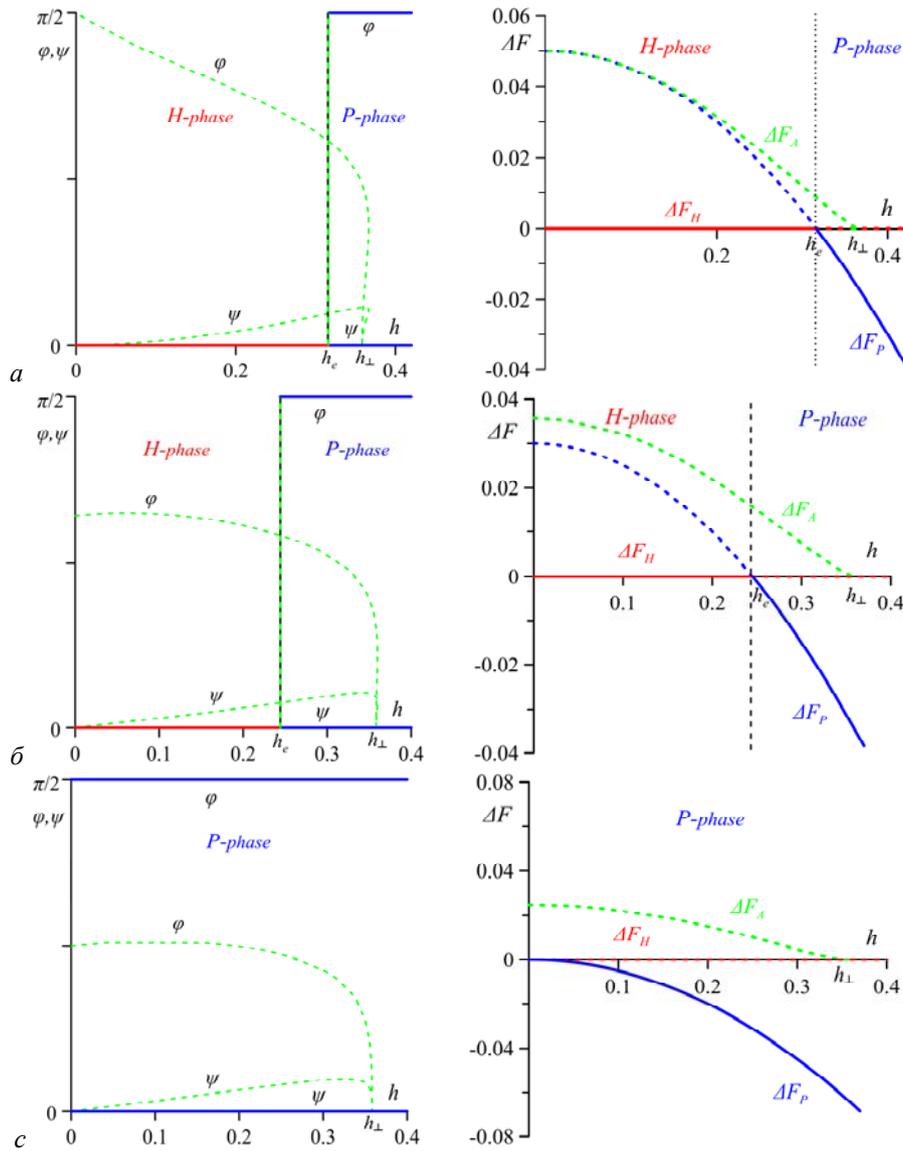


Рис. 6. Полевые зависимости углов ориентации директора  $\varphi$  и намагниченности  $\psi$  (слева) и свободной энергии  $\Delta F$  (справа) для энергии сцепления  $\omega = 0,1$  при различных значениях параметра анизотропии:

$$a - \zeta = 0,5, \text{ б} - \zeta = 0,7, \text{ с} - \zeta = 1$$

Fig. 6. Field dependencies of the director  $\varphi$  and magnetization  $\psi$  orientation angles (on the left) and the free energy  $\Delta F$  (on the right) for the anchoring energy  $\omega = 0,1$  at various values of the anisotropy parameter:

$$a - \zeta = 0,5, \text{ b} - \zeta = 0,7, \text{ c} - \zeta = 1$$

На рисунке 7 сплошной линией показана зависимость поля равновесного перехода  $h_e$  от параметра анизотропии сцепления  $\zeta$ , а штриховыми линиями отмечены критические поля  $h_\perp$  и  $h_\parallel$ . Поле равновесного перехода  $h_e$  было получено из условия равенства свободных энергий  $F$  (3) для ориентационных фаз, между которыми происходил

ориентационный переход, совместно с уравнениями равновесия (4) и (5). Для переходов из угловой фазы в планарную ( $A \rightarrow P$ ) зависимость  $h_e(\zeta)$  может быть получена только численно, а для переходов из гомеотропной фазы в планарную ( $H \rightarrow P$ ) справедливо простое аналитическое выражение  $h_e = \sqrt{2\omega(1-\zeta)}$ .

Как следует из рис. 7, с ростом  $\zeta$  поле  $h_e$  уменьшается и обращается в нуль при  $\zeta = 1$ . Для значений параметра анизотропии сцепления  $\zeta \leq \zeta_{e\parallel}$  поле равновесного перехода  $h_e$  совпадает с критическим полем  $h_{\parallel}$ , а при  $\zeta = \zeta_{e\perp} = -\omega + \sqrt{\omega^2 + 2\omega}$  поле  $h_e$  становится равным критическому полю  $h_{\perp}$ . В области параметров  $\zeta \geq \zeta_{e\perp}$  абсолютно устойчивыми являются только планарная ( $n \parallel m$ ) и гомеотропная ( $n \perp m$ ) фазы ФН.

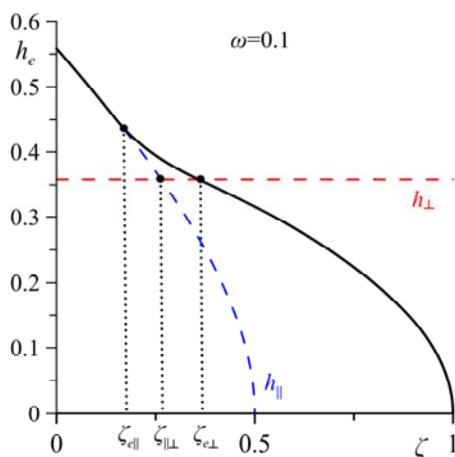


Рис. 7. Поле  $h_e$  равновесного перехода в  $P$ -фазу как функция параметра анизотропии сцепления  $\zeta$  при энергии сцепления  $\omega = 0,1$

Fig. 7. The field  $h_e$  of the equilibrium transition to the  $P$ -phase as a function of the anchoring anisotropy parameter  $\zeta$  at the anchoring energy  $\omega = 0,1$

Авторы благодарны профессору А. Н. Захлевных за критические замечания и полезные обсуждения. Макаров Д. В. благодарит РФФИ (грант № 16-42-590539) за частичную финансовую поддержку работы.

#### Список литературы / References

1. Koptčanský P., Gdovinová V., Burylov S., Burylova N., Voroshilov A., Majorošová J., Agresti F., Zin V., Barison S., Jadzyn J., Tomašovičová N. The influence of goethite nanorods on structural transitions in liquid crystal 6CHBT. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2018, **459**, 26–32. DOI: 10.1016/j.jmmm.2017.12.086.

Фазовая диаграмма ориентационных переходов в «мягком» ФН, индуцированных магнитным полем, изображена на рис. 8. В области параметров под кривой  $\zeta_{e\perp}(\omega)$  ориентационные переходы из гомеотропной фазы в планарную происходят через угловую фазу ( $H \leftrightarrow A \leftrightarrow P$ ) и могут быть фазовыми переходами как первого, так и второго рода. Для значений параметров сцепления, соответствующих области над кривой  $\zeta_{e\perp}(\omega)$ , переходы происходят только между гомеотропной и планарной фазами ( $H \leftrightarrow P$ ) и являются переходами первого рода.

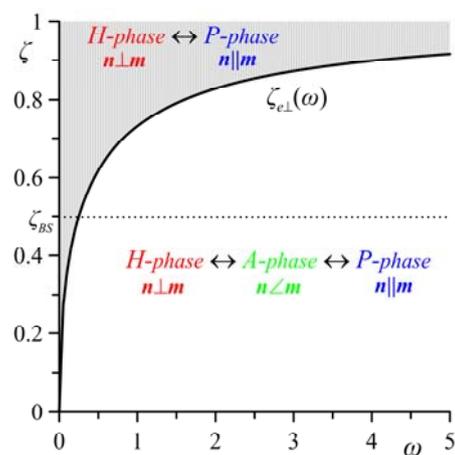


Рис. 8. Фазовая диаграмма ориентационных переходов ферронематика, индуцированных магнитным полем

Fig. 8. Phase diagram of orientational transitions of a ferromagnetic induced by a magnetic field

2. Sebastián N., Osterman N., Lisjak D., Čopič M., Mertelj A. Director reorientation dynamics of ferromagnetic nematic liquid crystals. *Soft Matter*, 2018, **14**, 7180–7189. DOI: 10.1039/c8sm01377b.
3. Potisk T., Pleiner H., Svenšek D., Brand H. R. Effects of flow on the dynamics of a ferromagnetic nematic liquid crystal. *Physical Review E*, 2018, **97**, 042705. DOI: 10.1103/PhysRevE.97.042705.
4. Makarov D.V., Mandrykin S.D., Novikov A.A., Zakhlevnykh A.N. Effect of rotating magnetic field on orientational dynamics of ferrocholesteric liquid crystals. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2018, **468**, 287–293. DOI: 10.1016/j.jmmm.2018.07.030.

- 
- 
5. Попов В. А., Гилев В. Г., Захлевных А. Н. Влияние слабого сцепления на магнитный переход Фредерикса в ферронематическом жидком кристалле // *Физика твердого тела*. 2018. Т. 60, № 7. С. 1445–1450. DOI: 10.21883/FTT.2018.07.46137.364. [Popov V.A., Gilev V.G., Zakhlevnykh A.N. Weak Coupling Effect on the Magnetic Fredericksz Transition in a Ferronematic Liquid Crystal. *Physics of the Solid State*, 2018, **60** (7), 1462–1467. DOI: 10.1134/S1063783418070247].
  6. Макаров Д. В., Уткин М. А., Захлевных А. Н. Ориентационная неустойчивость и гистерезисные явления в ферронематическом жидком кристалле в магнитном поле // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2018. Т. 153, № 6. С. 1019–1030. DOI: 10.7868/S0044451018060172. [Makarov D.V., Utkin M.A., Zakhlevnykh A.N. Orientational Instability and Hysteresis Phenomena in a Ferronematic Liquid Crystal in a Magnetic Field. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2018, **126** (6), 848–858. DOI: 10.1134/S1063776118060055].
  7. Mertelj A., Lisjak D., Drogenik M., Čopič M. Ferromagnetism in suspensions of magnetic platelets in liquid crystals. *Nature*, 2013, **504**, 237–241. DOI: 10.1038/nature12863.
  8. Zhang Q., Ackerman P.J., Liu Q., Smalyukh I.I. Ferromagnetic Switching of Knotted Vector Fields in Liquid Crystal Colloids. *Physical Review Letters*, 2015, **115**, 097802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.097802.
  9. Shuai M., Klittnick A., Shen Y., Smith G.P., Tuchband M.R., Zhu C., Petschek R.G., Mertelj A., Lisjak D., Čopič M., Maclennan J.E., Glaser M.A., Clark N.A. Spontaneous liquid crystal and ferromagnetic ordering of colloidal magnetic nanoplates. *Nature Communications*, 2016, **7**, 10394. DOI: 10.1038/ncomms10394.
  10. Brochard F., de Gennes P.G. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals. *Journal de Physique*, 1970, **31** (7), 691–708. DOI: 10.1051/jphys:01970003107069100.
  11. Шлиомис М. И. Магнитные жидкости // *Успехи физических наук*. 1974. Т. 112, № 3. С. 427–458. DOI: 10.3367/UFNr.0112.197403b.0427. [Shliomis M.I. Magnetic fluids. *Soviet Physics Uspekhi*, 1974, **17** (2), 153–169. DOI: 10.1070/PU1974v017n02ABEH004332 ].
  12. Garbovskiy Y.A., Glushchenko A.V. Liquid Crystalline Colloids of Nanoparticles: Preparation, Properties and Applications. *Solid State Physics*, 2010, **62**, 1–74. DOI: 10.1016/B978-0-12-374293-3.00001-8.
  13. Burylov S.V., Raikher Y.L. Macroscopic Properties of Ferronematics Caused by Orientational Interactions on the Particle Surfaces. I. Extended Continuum Model. *Mol. Cryst. and Liq. Cryst.*, 1995, **258**, 107–122.
  14. De Gennes P.G., Prost J. The Physics of Liquid Crystals. Oxford : Clarendon Press, 1993, 596 p.
  15. Burylov S.V., Zakhlevnykh A.N. Orientational energy of anisometric particles in liquid-crystalline suspensions. *Physical Review E*, 2013, **88**, 012511. DOI: 10.1103/PhysRevE.88.012511.
  16. Burylov S.V., Zakhlevnykh A.N. Magnetically induced bistable behavior of ferronematic liquid crystals. *Physical Review E*, 2013, **88**, 052503. DOI: 10.1103/PhysRevE.88.052503.
  17. Zakhlevnykh A.N. Threshold magnetic fields and Fredericksz transition in a ferronematic. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2004, **269**, 238–244. DOI: 10.1016/S0304-8853(03)00612-7.

Поступила в редакцию 12.10.2018 г.  
Received 12 October 2018