Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2010. Вып. 1 (31). С. 60 – 67
≈≈

УДК 532.783

А. В. Голованов, В. И. Шаповалов*

МОДИФИКАЦИЯ ЗАКОНА МАЛЮСА ДЛЯ ДЕФОРМАЦИИ КРУЧЕНИЯ ЛИОТРОПНЫХ НЕМАТИКОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

MALUS LAW MODIFICATION FOR TORSION DEFORMATION OF LYOTROPIC NEMATICS IN MAGNETIC FIELD

Институт элементоорганических соединений им. А. Н. Несмеянова РАН,
119991 Москва, ул. Вавилова, д. 28
*Волгоградский филиал Московского гуманитарно-экономического института,
400048 Волгоград, шоссе Авиаторов, д. 8

Предложен основанный на статистическом подходе способ вычисления интенсивности света для деформации кручения в лиотропных нематических жидких кристаллах в условиях нарушения адиабатического приближения Могена.
Ключевые слова: *статистический подход, адиабатическое приближение Могена, закон Малюса, деформация кручения, магнитное поле.*

The calculation way of light intensity based on the statistical approach for torsion deformation in lyotropic nematic liquid crystals in conditions of infringement Mauguin adiabatic approximation is suggested.
Key words: *statistical approach, Mauguin adiabatic approximation, Malus law, torsion deformation, magnetic field.*

Введение

Лиотропные нематические жидкие кристаллы (НЖК), наряду с термотропными, обладают характерным свойством ориентационной упругости [1]. Это свойство проявляется в ориентационных эффектах: изменение первоначальной ориентации директора под влиянием, в частности, электрического и магнитного полей (деформации продольного и поперечного изгиба, кручения) [2].

Известно, что распространение плоско-поляризованной волны света в закрученном слое термотропного НЖК происходит согласно адиабатическому приближению Могена [3]. Плоскость поляризации волны поворачивается в соответствии с поворотом директора, если выполняется условие:

$$\pi \Delta n\, d >> \theta_m \lambda\,, \qquad (1)$$

где $\Delta n = n_e - n_0$; n_e и n_0 – необыкновенный и обыкновенный показатели преломления; d – толщина слоя ЖК; θ_m – максимальный угол отклонения директора от исходного положения; λ – длина волны света.

Выполнение условия (1) означает, что шаг закрученной структуры велик, по сравнению с длиной волны проходящего света. Это приводит к тому, что каждый директор на пути луча света выступает в качестве анализатора, а явлениями отражения и интерференции при прохождении волны можно пренебречь [3]. В этом случае для деформации кручения применимо известное выражение закона Малюса (в скрещенных поляроидах):

$$I = I_0 \sin^2\left(\frac{\pi d \Delta n}{\lambda}\right)\sin^2\left[2\theta(z)\right], \tag{2}$$

где I_0 – интенсивность света, падающего на НЖК; z – направление распространения световой волны (перпендикулярное поверхности слоя ЖК); $\theta(z)$ – угол между поляризатором и директором.

У термотропных нематиков величина двулучепреломления сравнительно велика – $\Delta n \sim 0{,}2 \div 0{,}4$. Поэтому, при толщинах образцов ЖК $d \geq 10$мкм, условие (1) выполняется для всех длин волн видимого диапазона, что делает возможным использование формулы (2) [2]. При реализации деформации кручения, когда величина магнитного (электрического) поля превосходит критическое поле Фредерикса $(H > H_F)$, на выходе из анализатора интенсивность света остается равной нулю [4].

Для многих лиотропных нематиков условие (1) не выполняется из-за небольшой величины двулучепреломления ($\Delta n \sim 10^{-3}$) [1,6,7]. В [8] была исследована деформация кручения нематической фазы лиотропного ЖК в магнитном поле, и установлено, что для значений напряженности магнитного поля *H*, превышающих поле Фредерикса H_F, световое поле анализатора просветляется. Кроме того, экспериментально было показано, что интенсивность прошедшего сквозь нематик света линейно зависит от величины поля. Здесь использование закона Малюса в виде (2) приводит к противоречию, так как из него по-прежнему следует, что $I = 0$ на выходе из анализатора. По нашему мнению, это связано с тем, что для лиотропных нематиков формула в виде (2) не применима из-за нарушения (1).

Заметим, что нарушение (1) для термотропных нематиков было учтено в работе [5]. В ней исследовалась деформация кручения, задаваемая поворотом опорных поверхностей ячейки друг относительно друга. Однако формула, полученная в этой работе, не применима в задачах, в которых деформация кручения создана магнитным (электрическим) полем, поскольку в таких задачах отсутствует поворот опорных поверхностей, что является существенным для приведенных в [5] вычислений.

В связи с вышесказанным нами была поставлена задача модифицировать закон Малюса таким образом, чтобы стало возможным его применение для деформации кручения лиотропного нематика в магнитном (электрическом) поле в случае нарушения (1).

Теоретическая часть

В лиотропном нематике условие (1) не выполняется, поэтому нельзя рассматривать каждый директор в качестве анализатора (как это было предложено в [3]).

Мы считаем, что в случае деформации кручения (в магнитном или электрическом поле) оптическая индикатриса слоя нематика является результатом коллективного действия всех директоров на пути световой волны. Поэтому логично рассматривать взаимодействие световой волны с нематиком как с монокристаллом, оптическая индикатриса которого ориентирована под средним углом $< \theta >$ по отношению к первоначальной ориентации директора.

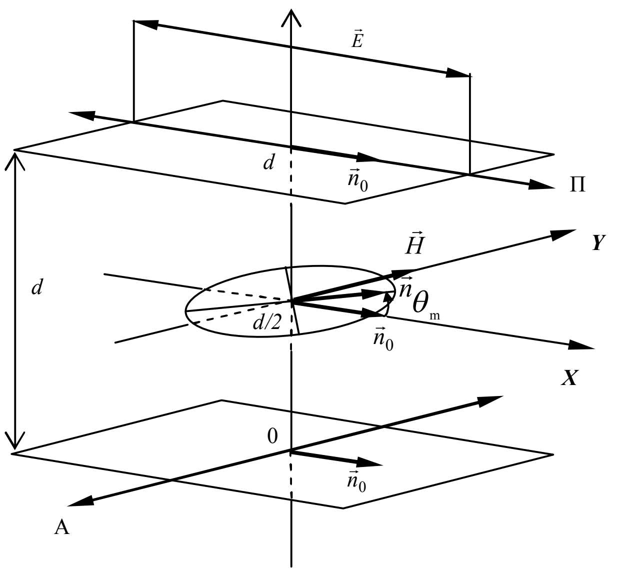

Рис. 1. Геометрия задачи

Рассмотрим планарный слой нематика с положительной анизотропией диамагнитной восприимчивости ($\chi_a > 0$) толщиной d (рис. 1). Будем считать, что сцепление нематика с границами жесткое. При внесении нематика в магнитное поле напряженностью $H > H_F$ в слое возникнет деформация кручения. Пусть на слой нематика вдоль оси z падает пучок плоско-поляризованного света, поляризация которого совпадает с первоначальным направлением директора вдоль оси x. Нарушение условия Могена приводит к тому, что ориентация оптической индикатрисы в слое имеет разброс по углам вокруг некоторого среднего значения $< \theta >$ (рис. 2).

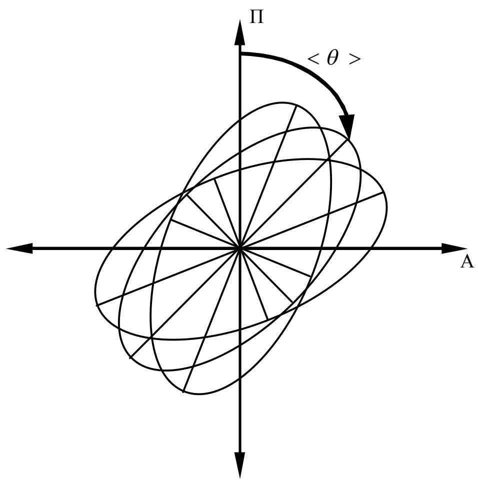

Рис. 2. Сечение оптической индикатрисы плоскостью, перпендикулярной лучу света

Для того, чтобы получить зависимость $I(<\theta>)$, поступим следующим образом. Выделим в нематике объем в виде цилиндра высотой d и радиусом $|\vec{n}|$ (рис. 3). С этого момента мы предполагаем, что директор распределен в рассматриваемом объеме с некоторой функцией распределения $f(\theta, z)$.

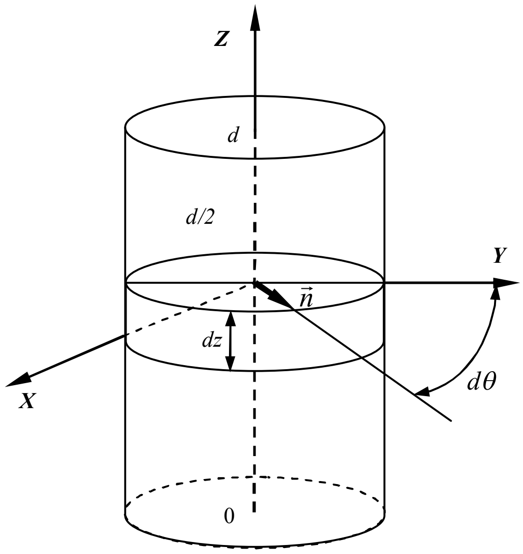

Рис. 3. Распределение директора в физически бесконечно малом объеме ЖК

Тогда

$$<\theta>=\int_0^{\pi}\int_0^{d}\theta f(\theta,z)d\theta dz\,. \tag{3}$$

Функция $f(\theta, z)$ нормирована:

$$\int_0^{\pi}\int_0^{d} f(\theta,z)d\theta dz = 1. \tag{4}$$

В дальнейшем нам будет удобнее воспользоваться ненормированной функцией распределения, которая зависит только от координаты z :

$$\int_0^{d} f(z)dz \neq 1.$$

Следовательно

$$<\theta>=\frac{\int_0^{d}\theta(z)f(z)dz}{\int_0^{d} f(z)dz}. \tag{5}$$

Можно показать, что в нашей задаче $f(z)$ совпадает с $\theta(z)$ (доказательство этого утверждения приведено в Приложении), поэтому:

$$< \theta > = \frac{\int_0^d \theta^2(z)dz}{\int_0^d \theta(z)dz} \; . \qquad (6)$$

Подставляя (6) в (2), получаем окончательный результат:

$$I = I_0 \sin^2\left(\frac{\pi d \Delta n}{\lambda}\right) \sin^2\left(2 \frac{\int_0^d \theta^2(z)dz}{\int_0^d \theta(z)dz}\right). \qquad (7)$$

Результаты и их обсуждение

В качестве $\theta(z)$ воспользуемся выражением для деформации кручения нематика, приведенным в [9]:

$$\theta(z) = 2\left(\frac{H}{H_F} - 1\right)^{1/2} \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right), \qquad (8)$$

где $H_F = \frac{\pi}{d}\sqrt{\frac{K_{22}}{\chi_{\text{a}}}}$ – поле Фредерикса для деформации кручения при бесконечно большой энергии сцепления ($W \to \infty$) нематика с границами, K_{22} – константа упругости кручения, χ_a – анизотропия диамагнитной восприимчивости.

Подставив (8) в (7), получаем [10]

$$I(H) = I_0 \sin^2\left(\frac{\pi d \Delta n}{\lambda}\right) \sin^2\left[\pi\left(\frac{H}{H_F} - 1\right)^{1/2}\right]. \qquad (9)$$

В случае малых полей ($\frac{H}{H_F}$~1), (9) переходит в выражение

$$I(H) = \pi^2 I_0 \sin^2\left(\frac{\pi d \Delta n}{\lambda}\right)\left(\frac{H}{H_F} - 1\right). \qquad (10)$$

Как видно из (10), интенсивность света, прошедшего слой нематика, линейно зависит от напряженности магнитного поля. На рис. 4 представлены зависимости пропускания $\frac{I(H)}{I_0}$ от величины магнитного поля, рассчитанные по (10), для различных толщин d слоев нематика. Из рисунка видно, во-первых, что с увеличением толщины прямые пересекают ось абсцисс в точках, соответствующих меньшим критическим полям H_F, что согласуется с законом Фредерикса [4]. Во-вторых, при изменении толщины слоя ЖК, меняется тангенс угла наклона прямых к оси абсцисс, что является следствием изменения разности фаз $\Delta\Phi = \frac{2\pi d \Delta n}{\lambda}$ между необыкновенным и обыкновенным лучом света.

Заключение

В настоящей работе получено выражение (7), позволяющее для случаев нарушения условия (1) вычислять интенсивность света, прошедшего через слой нематика. В частности, это выражение может быть применено при изучении лиотропных нематиков, для которых условие (1) не выполняется из-за сравнительно небольшой величины двулучепреломления.

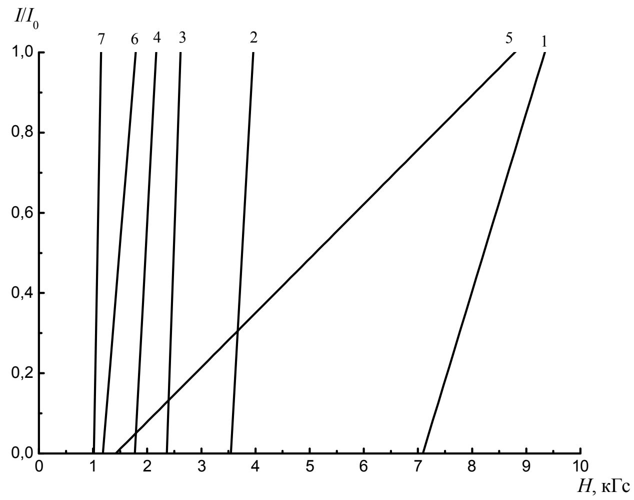

Рис. 4. Зависимости пропускания I / I_0 света от величины магнитного поля H для различных толщин d слоев нематика в системе децилсульфат натрия (NaDS) – деканол (DeOH) – вода (H_2O): 1 – 100, 2 – 200, 3 – 300, 4 – 400, 5 – 500, 6 – 600, 7 – 700 мкм

Также получено уравнение (10), являющиеся *модификацией* закона Малюса в случае нарушения условия (1) для случая бесконечной энергии сцепления. При этом, как оказалось, при значениях поля, не сильно превышающих критическое, функции $I(H)$ являются линейными. Последние совпадают с экспериментальными зависимостями $I(H)$, приведенными в [8], с точностью до постоянных коэффициентов. Выражение (10) можно использовать для численной обработки экспериментов по исследованию деформации кручения в магнитном или электрическом полях.

Приложение

В настоящем Приложении мы покажем, что в нашей задаче в качестве функции распределения $f(z)$ выступает функция $\theta(z)$.

Для рассматриваемой геометрии эксперимента (рис. 1) $\theta(z)$, в частности, может иметь вид

$$\theta(z) = A\cos(Bz),$$

где A и B – некоторые постоянные. На рис. 5 показан вид распределения $\theta(z)$.

Вероятность dP того, что у директора окажется угол ориентации в пределах интервала dz запишется как

$$dP = f(z)dz\,. \tag{П1}$$

С другой стороны вероятности можно придать геометрический смысл (рис. 5), а именно:

$$dP = ds/S, \qquad \text{(П2)}$$

где ds – площадь криволинейной трапеции с основанием dz, S – площадь прямоугольника с основанием d. Очевидно, что

$$\left.\begin{aligned} ds &= \theta(z)dz, \\ S &= \pi d/2 \end{aligned}\right\}. \qquad \text{(П3)}$$

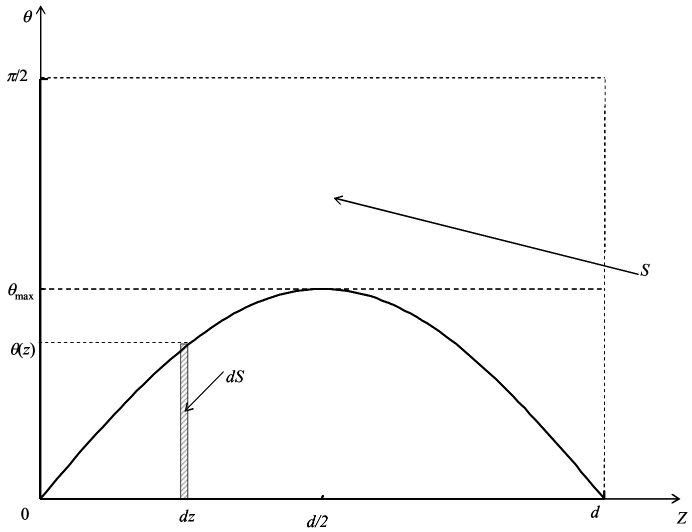

Рис. 5. Вид распределения $\theta(z)$

Приравнивая (П1) и (П2), с учетом (П3) получаем

$$dP = \frac{2\theta(z)dz}{\pi d} = D\theta(z)dz, \qquad \text{(П4)}$$

где $D = 2/\pi d$. Сравнивая с (П1), находим

$$f(z) = D\theta(z). \qquad \text{(П5)}$$

При подстановке (П5) в (5), константа D сокращается.

Таким образом, мы показали, что ненормированная функция распределения директора $f(z)$ совпадает с функцией $\theta(z)$.

Список литературы

1. *Сонин А. С.* // УФН. 1987. Т. 153. С. 273.
2. *Blinov L. M., Chigrinov V. G.* Electro-Optics of Liquid Crystals. Berlin : Springer-Verlag, 1994.
3. *Chandrasekhar S.* Liquid Crystals. Cambridge : Cambridge University Press, 1977.
4. *de Gennes P. G.* The Physics of Liquid Crystals. Oxford : Clarendon Press. 1974.

5. *Gooch C. H., Tarry H. A.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1975. Vol. 8. P. 1575.
6. *Шаповалов В. И., Казаков Н. В.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1991. Т. 55. С. 1721.
7. *Голованов А. В., Рябчук Г. В.* // Коллоид. журн. 2008. Т. 70. № 3. С. 1.
8. *Казаков Н. В., Казначеев А. В., Сонин А. С.* // Кристаллография. 1992. Т. 37. С. 1578.
9. *Пикин С. А.* Структурные превращения в жидких кристаллах. М. : Наука, 1981.
10. *Golovanov A. V., Kazakov N. V., Shapovalov V. I.* // Abstracts the 22^{nd} International Liquid Crystals Conference. Jeju, Korea, 2008. P. 236.

Поступила в редакцию 9.11.2009 г.