

УДК 532.783

*А. В. Казначеев*

## РАСКРУТКА СПИРАЛЬНОГО СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА ГРАНИЧНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Институт элементоорганических соединений им. А. Н. Несмеянова РАН,  
ул. Вавилова, 28, 119991 Москва, Россия. E-mail: kazna@ineos.ac.ru

*Представлены результаты теоретического исследования влияния граничных поверхностей жидкокристаллической ячейки на деформацию и раскрутку спиральной структуры сегнетоэлектрического жидкого кристалла (С\*ЖК). Рассмотрение проводится в предположении, обоснованном ранее экспериментально, что внутрислоевые константы упругости достаточно велики. Поэтому, в области малых толщин измерительных ячеек (до 10 мкм) искажение поля директора внутри смектических слоев практически не наблюдается. Это позволяет существенно упростить задачу и получить аналитическое выражение для критической толщины  $d_c$  жидкокристаллического слоя, при которой происходит раскрутка спирали С\*ЖК. Показано, что величина  $d_c$  прямо пропорциональна энергии сцепления и квадрату естественного шага спирали. Поэтому, при экспериментальном исследовании раскрутки спирали С\*ЖК желательнее выбирать вещества с шагом спирали несколько микрометров. Это позволит достичь экспериментально наблюдаемых значений  $d_c$  несколько микрометров.*

**Ключевые слова:** сегнетоэлектрический жидкий кристалл, энергия сцепления, раскрутка спиральной структуры, критическая толщина.

*А. V. Kaznacheev*

## BOUNDARIES INDUCED HELIX UNCOILING IN FERROELECTRIC LIQUID CRYSTALS

A. N. Nesmeyanov Institute of Organoelement Compounds Russian Academy of Sciences  
Vavilova Str., 28, 119991 Moscow, Russia. E-mail: kazna@ineos.ac.ru

*Theoretical model of boundaries induced helix uncoiling and deformation in ferroelectric liquid crystals (FLCs) is presented. The model is based on an assumption (that was experimentally proven in previous work) that intralayer elastic constants are rather large. This, in turn, results in an undistorted director field of smectic phase in thin cells. The analytical solution becomes possible within these approximations. The expression for the critical thickness of FLC layer ( $d_c$ ) that results in uncoiling ferroelectric liquid crystal is obtained. It is shown that this critical thickness is proportional to anchoring energy and squared helical pitch. Thus, the smectic compounds with helical pitch of about few microns become the most desirable objects for experimental studies. In this case, the experimental data for critical thickness must also be of the order of few microns.*

**Key words:** ferroelectric liquid crystal, anchoring energy, uncoiling of helical pitch, critical thickness.

## Введение

В настоящее время хорошо известны сегнетоэлектрические жидкие кристаллы (С\*ЖК) [1–4], которые были предсказаны и синтезированы в 1975 г. Р. Мейером с соавторами [1]. Сегнетоэлектричество в жидких кристаллах существует в смектической фазе С\*. Эта фаза, как и другие жидкокристаллические фазы, состоит из молекул, имеющих анизометричную форму. За счет взаимодействия между такими молекулами возникает дальний ориентационный порядок их длинных осей, который приводит к анизотропии различных физических свойств. Центры масс молекул расположены в плоскопараллельных слоях. В каждом смектическом слое директор  $\mathbf{n}$ , то есть направление преимущественной ориентации длинных осей молекул, наклонен на угол  $\theta$  относительно нормали к слою. Смектические слои фазы С\* имеют точечную группу симметрии  $c_2$ . Ось второго порядка расположена в плоскости смектического слоя перпендикулярно плоскости наклона директора. Отсутствие плоскостей симметрии связано с хиральностью молекул фазы С\*. Поэтому, при наличии у молекул дипольного момента, возникает спонтанная поляризация  $P_s$ , направленная вдоль полярной оси  $c_2$ . При переходе от слоя к слою полярный угол  $\theta$  остается постоянным, а азимутальный угол  $\varphi$ , задающий ориентацию директора в плоскости слоя, изменяется. В результате возникает спиральная структура поля директора и спонтанной поляризации. Такие С\*ЖК называют спиральными или геликоидальными (от английского *helix* – спираль).

В последние десятилетия интенсивно ведутся исследования физических свойств С\*ЖК. К этим свойствам относятся коэффициенты вязкости, константы упругости, энергия взаимодействия С\*ЖК с граничными поверхностями, диэлектрическая восприимчивость в нулевом поле и др. [5–8]. Кроме фундаментального значения, физические характеристики С\*ЖК имеют важное практическое значение. Например, они необходимы при расчете работы электрооптических элементов [9].

В работе [10] теоретически изучалась эффективная диэлектрическая восприимчивость  $\chi_G$  спиральной структуры С\*ЖК в нулевом электрическом поле. Под эффективной диэлектрической восприимчивостью в нулевом электри-

ческом поле понимается величина  $\chi_G = (dP/dE)_{E=0}$ , где  $P$  – поляризация С\*ЖК, вызванная искажением поля директора, и, соответственно поля спонтанной поляризации, электрическим полем. Было показано, что в системе единиц СИ  $\chi_G = P_s^2 / 2\varepsilon_0 K_\varphi q_0^2 \sin^2 \theta$ , где  $P_s$  – спонтанная поляризация,  $K_\varphi$  – константа упругости, связанная с кручением директора относительно нормали к смектическим слоям,  $q_0 = 2\pi / p_0$  – волновой вектор спирали,  $p_0$  – естественный шаг спирали в отсутствие поля. Представленная формула для  $\chi_G$  получена в предположении, что С\*ЖК занимает бесконечный объем, электрическое поле прикладывается перпендикулярно оси спирали. Однако, при измерении физических свойств жидких кристаллов последние помещаются в тонкие измерительные ячейки толщиной несколько микрометров. Поэтому, можно ожидать, что взаимодействие С\*ЖК с границами может существенно влиять на измеренные значения различных физических величин, в том числе и на  $\chi_G$ . В частности, в работе [11] экспериментально установлено, что при уменьшении толщины слоя С\*ЖК происходит подавление спирали поверхностями измерительной ячейки, что до сих пор не описано в теории.

В связи с этим, целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния граничных поверхностей измерительной ячейки на спиральную структуру сегнетоэлектрического жидкого кристалла.

## Результаты и их обсуждение

Вопрос о раскрутке спиральной структуры – холестерического жидкого кристалла границами рассматривался ранее в работе [12], где для упрощения вычислений был использован поверхностный потенциал в виде квадратичной функции угла отклонения директора от оси легкого ориентирования. Этот потенциал является неаналитическим при углах отклонения  $\pm \pi/2$ . Одноконстантное приближение, принятое в работе [12], упрощает задачу, и в случае холестерических жидких кристаллов вполне оправдано, т. к. величина всех констант упругости одного порядка  $10^{-11}$  Н [2].

Для С\*ЖК это не так. В нашей работе [7] экспериментально показано, что внутрислоевые константы упругости составляют  $1 \cdot 10^{-8} - 3 \cdot 10^{-7}$  Н, что на три – четыре порядка больше, чем типичные значения констант упругости нематических и холестерических жидких кристаллов. Поэтому, в области малых толщин измерительных ячеек (до 10 мкм) искажение поля директора внутри смектических слоев практически не наблюдается. В связи с этим упругие слагаемые, связанные с внутрислоевыми константами упругости, в выражении свободной энергии в настоящей работе не учитываются.

На рис. 1 представлена геометрия измерительной ячейки и ориентация директора в смектических слоях. Ось спирали расположена в плоскости ячейки и совпадает с направлением координатной оси  $X$ . Смектические слои ориентированы перпендикулярно плоскости ячейки. При постановке задачи о раскрутке спирали С\*ЖК граничными поверхностями исходим из выражения свободной энергии  $\Phi$  спиральной структуры С\*ЖК-ячейки, приходящейся на равновесный шаг спирали  $p$ :

$$\Phi = \int_0^p \left[ \frac{K_\phi d}{2} \left( \frac{d\phi}{dx} - q_0 \right)^2 + W \cos^2 \phi \right] dx. \quad (1)$$

Первое слагаемое под знаком интеграла – плотность упругой энергии, угол поворота директора  $\phi$  зависит только от координаты  $x$ , толщина ячейки  $d$  появляется в результате интегрирования по координате  $z$ . Во втором слагаемом использован поверхностный потенциал

$$F_S = \frac{W}{2} \cos^2 \phi, \quad \text{формально совпадающий с}$$

потенциалом Рапини [13] для случая двух идентичных граничных поверхностей.

При таком виде поверхностного потенциала ось легкого ориентирования  $c$ -директора лежит в плоскости ячейки и направлена вдоль оси  $Y$  (рис. 1) ( $c$ -директор – составляющая вектора  $\mathbf{n}$ , расположенная в плоскости смектического слоя). При раскрутке спирали С\*ЖК смектические слои остаются перпендикулярными плоскости ячейки, а директор  $\mathbf{n}$  ориентирован в плоскости  $XU$  (рис. 1).

Удобно записать выражение (1) в безразмерном виде:

$$\tilde{\Phi} = \int_0^{q_0 p} \left[ \left( \frac{d\phi}{d\tilde{x}} - 1 \right)^2 + \frac{\pi^2}{4} \tilde{d} \cos^2 \phi \right] d\tilde{x}, \quad (2)$$

где  $\tilde{\Phi} = 2\Phi / K_\phi d q_0$  – безразмерная энергия,  $\tilde{x} = q_0 x$  – безразмерная координата,  $\tilde{d} = d_c / d$  – безразмерная толщина ячейки,  $d_c = 8W / \pi^2 K_\phi q_0^2$  – характерный размер задачи. В дальнейшем будет показано, что  $d_c$  – критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали С\*ЖК. Если использовать типичные значения  $W \cong 10^{-3}$  Дж/м<sup>2</sup> [7, 8] и  $K_\phi \cong 10^{-11}$  Н [14], то при  $p_0 = 1$  мкм значение  $d_c = 2$  мкм. Задача состоит в определении функции  $\phi(\tilde{x})$  и зависимости  $p(\tilde{d})$ , исходя из минимизации функционала (2).

Так как подынтегральное выражение функционала (2) не зависит от координаты  $\tilde{x}$  явно, то можно сразу записать первый интеграл уравнения равновесия для функции  $\phi(\tilde{x})$ , которое получается при минимизации (2)

$$\frac{4}{\pi^2 \tilde{d}} \left( \frac{d\phi}{d\tilde{x}} \right)^2 + \sin^2 \phi = \frac{1}{k^2}, \quad (3)$$

где  $1/k^2$  – постоянная интегрирования, зависящая от  $\tilde{d}$ . Интегрирование уравнения (3) позволяет получить неявную зависимость  $\phi(\tilde{x})$ :

$$\frac{\pi \tilde{d}^{1/2} \tilde{x}}{2k} = \int_0^\phi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}. \quad (4)$$

Постоянная интегрирования  $k$  определяется из условия минимума свободной энергии, приходящейся на единицу длины оси спирали, т. е.

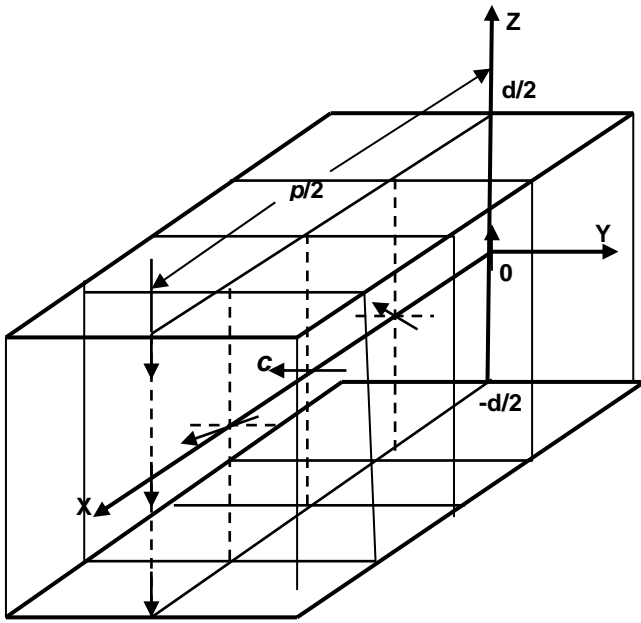
$$\frac{d}{dk} \left( \frac{\tilde{\Phi}}{q_0 p} \right) = 0, \quad (5)$$

где

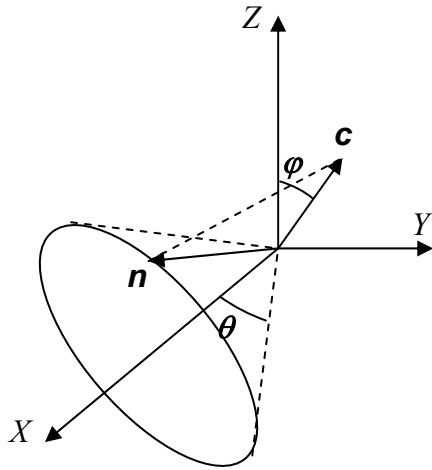
$$p = 8kG_1(k) / \pi \tilde{d}^{1/2} q_0 \quad (6)$$

находится из (4),  $G_1(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}$  –

полный эллиптический интеграл первого рода.



a



b

Рис. 1. Геометрия измерительной ячейки (a) и ориентация директора  $\mathbf{n}$  в смектических слоях (b)

Решение уравнения (5) позволяет определить неявную зависимость  $k(\tilde{d})$ :

$$\tilde{d} = \frac{k^2}{G_2^2(k)}, \quad (7)$$

где  $G_2(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} \cdot d\psi$  – полный эллиптический интеграл второго рода. Из формулы (7)

можно получить асимптотики функции  $k(\tilde{d})$ . При  $\tilde{d} \ll 1$  ( $d \gg d_c$ ),  $k^2 \approx \tilde{d}$ . При  $\tilde{d} \rightarrow 1$  ( $d \rightarrow d_c$ ),  $k^2 \rightarrow 1$ .

Подставляя формулу (7) в выражение (6), получаем зависимость шага спирали от  $k$ :

$$p = p_0 \frac{4}{\pi^2} G_1(k) G_2(k). \quad (8)$$

Из этой формулы следует, что при  $k \rightarrow 0$ ,  $p \rightarrow p_0$ , а при  $k \rightarrow 1$ ,  $p \rightarrow \infty$ . Выражения (7) и (8) представляют зависимость  $p(\tilde{d})$  в параметрической форме, график которой представлен на рис. 2. Из этого рисунка следует, что  $d_c \sim W p_0^2 / K_\varphi$  является критической толщиной ячейки, при которой шаг спирали расходится.

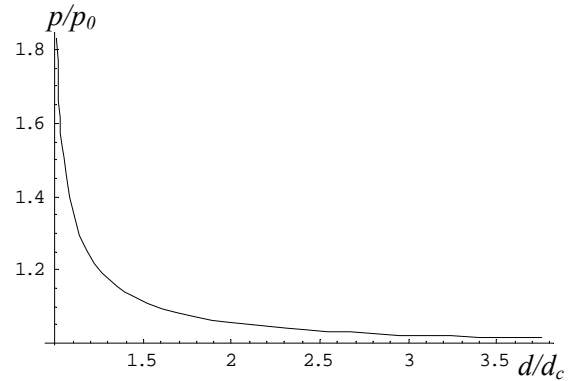


Рис. 2. Зависимость безразмерного шага  $p/p_0$  спирали С\*ЖК от безразмерной толщины жидкокристаллической ячейки  $d/d_c$ .  $p_0$  – естественный шаг невозмущенной спирали,  $d_c$  – критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали С\*ЖК граничными поверхностями

Подставляя формулу (6) в выражение (4), получаем неявную зависимость  $\varphi(\tilde{x})$ , в которой исключен параметр  $\tilde{d}$ :

$$4G_1(k)\tilde{x} = \int_0^\varphi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}, \quad (9)$$

где  $\tilde{x} = x/p$ . Так как при  $\tilde{d} \ll 1$  ( $d \gg d_c$ ),  $k^2 \approx \tilde{d}$ ,  $p \approx p_0$  то, раскладывая в ряд эллиптические интегралы в формуле (9) по степеням  $k$ , можно получить явную зависимость  $\varphi(\tilde{x})$

$$\varphi(x) \approx q_0 x + \frac{\pi^2}{32} \frac{d_c}{d} \sin 2q_0 x. \quad (10)$$

Если границы стремятся ориентировать с-директор перпендикулярно плоскости ячейки, то полученные выше результаты остаются без изменений, если угол  $\varphi$  отсчитывать от оси  $Y$  (рис. 1).

В заключение отметим, что если в функционале (2) произвести формальную замену  $\tilde{d} \rightarrow h^2$ , где  $h = H/H_c$ ,  $H$  – напряженность магнитного поля,  $H_c = \frac{\pi^2}{\rho_0} (K_2/\chi_a)^{1/2}$  – критическое магнитное поле раскрутки холестерической спирали,  $\chi_a > 0$  – анизотропия магнитной восприимчивости, то функционал (2) совпадает с выражением для энергии безграничной холестерической спирали, находящейся в поперечном магнитном поле [2, 15]. Воспользовавшись данной аналогией, можно сразу утверждать, что  $d_c$  – это критическая толщина ячейки, при которой происходит раскрутка спирали С\*ЖК, а также записать точное решение задачи для функции  $\varphi(\tilde{x})$  и зависимости шага спирали от толщины ячейки. Данная аналогия имеет место в силу того, что внутрислоевые константы упругости С\*ЖК велики по сравнению с  $K_\varphi$  [7]. Поэтому влияние границ распространяется в объем жидкого кристалла, а энергия сцепления  $W$  выступает в роли квадрата напряженности магнитного поля.

### Заключение

В настоящей работе представлены результаты теоретического исследования влияния граничных поверхностей измерительной ячейки на спиральную структуру сегнетоэлектрического жидкого кристалла. Рассмотрение проводится в предположении, обоснованном ранее экспериментально, что внутрислоевые константы упругости достаточно велики. Это позволяет существенно упростить задачу и получить аналитическое выражение для критической толщины  $d_c$  жидкокристаллического слоя, при которой происходит раскрутка спирали С\*ЖК. Показано, что  $d_c$  пропорционально квадрату естественного шага спирали. Поэтому, при экспериментальном исследовании раскрутки спирали С\*ЖК желателен выбор вещества с шагом спирали несколько микрометров. Это

позволит достичь экспериментально наблюдаемых значений  $d_c$  несколько микрометров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты: № 13-02-00598 -а, № 15-59-32410-РТ-оми, № 15-02-08269-а.

### Список литературы/References

1. Meyer R. B., Liebert L., Strzelecki L., Keller P. Ferroelectric Liquid Crystals // J. de Phys. Lett. 1975. Vol. 36. P. L-69–L-71.
2. de Gennes P. G., Prost J. The Physics of Liquid Crystals. Clarendon Press, Oxford, 1993. 596 p.
3. Blinov L. M., Beresnev L. A. Ferroelectric liquid crystals // Sov. Phys. Usp. 1984. Vol. 27. P. 492–514. DOI: 10.1070/PU1984v027n07ABEH004027.
4. Blinov L. M., Chigrinov V. G. Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials. New York: Springer-Verlag, 1994. Chap. 3. 476 p.
5. Pozhidaev E. P., Osipov M. A., Chigrinov V. G., Baikalov V. A., Blinov L. M., Beresnev L. A. Rotational viscosity of the smectic C\* phase of ferroelectric liquid crystals // Sov. Phys. JETP. 1988. Vol. 67, № 2. P. 283–287.
6. Pasechnik S. V., Chigrinov V. G., Shmeliova D. V. Liquid Crystals: Viscous and Elastic Properties. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2009. 424 p. DOI: 10.1002/9783527627660.
7. Казначеев А. В., Пожидяев Е. П. Энергия сцепления и ориентационная упругость сегнетоэлектрического жидкого кристалла // ЖЭТФ. 2012. Т. 141, вып. 6. С. 1190–1199 [Kaznacheev A. V., Pozhidaev E. P. Anchoring energy and orientational elasticity of a ferroelectric liquid crystal // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 2012. Vol. 114, Iss. 6. P. 1043–1051].
8. Guo Qi, Srivastava A. K., Pozhidaev E. P., Chigrinov V. G., Kwok H. S. Optimization of alignment quality of ferroelectric liquid crystals by controlling anchoring energy // Applied Physics Express. 2014. Vol. 7. P. 021701-1–021701-3. <http://dx.doi.org/10.7567/APEX.7.021701>.
9. Chigrinov V. G. Liquid Crystal Devices: Physics and Applications. Artech House, Boston, London, UK, 1999. 357 p.
10. Urbanc B., Zeks B., Carlsson T. Nonlinear effects in the dielectric response of ferroelectric liquid crystals // Ferroelectrics. 1991. Vol. 113. P. 219–230.
11. Clark N. A., Lagerwall S. T. Submicrosecond bistable electrooptic switching in ferroelectric liquid crystals // Appl. Phys. Lett. 1980. Vol. 36. P. 899–903.
12. Luban M., Mukamel D., Shtrikman S. Transition from the cholesteric storage mode to the nematic phase in critical restricted geometries // Phys. Rev. A. 1974. Vol. 10, № 1. P. 360–367.

- 
- 
13. *Rapini A., Papoular M. J.* Distorsion d'une lamelle nematic sous champ magnetique conditions d'ancrage aux parois // *J. de Phys. (France) Colloq.* 1969. Vol. 30. C4-54–C4-56.
  14. *Pozhidaev E., Torgova S., Minchenko M., Yednak C.A.R., Strigazzi A., Miraldi E.* Phase modulation and ellipticity of the light transmitted through a smectic C\* layer with short helix pitch // *Liquid Crystals.* 2010. Vol. 37, № 8. P. 1067–1081.
  15. *Пикин С. А.* Структурные превращения в жидких кристаллах. М.: Наука, 1981. 336 с. [*Pikin S. A.* *Strukturnye prevrashcheniya v zhidkikh kristallakh (Structural transformations in liquid crystals).* М.: Nauka, 1981. 336 p. (in Russian)].

*Поступила в редакцию 12.03.2015 г.*